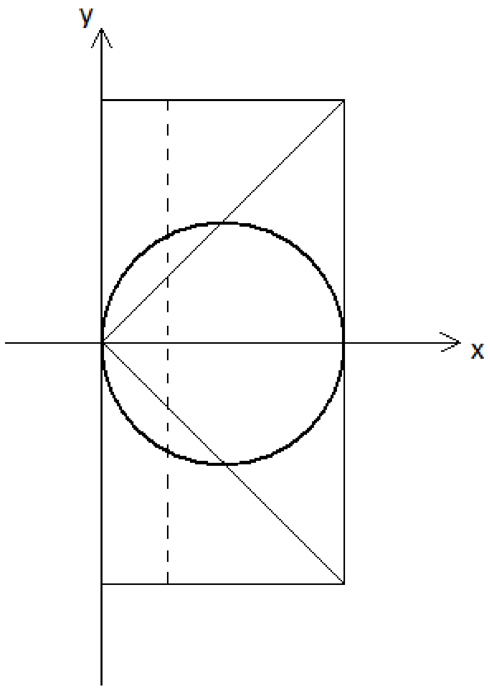
Arkhimédész heurisztikus gondolatmenete a gömb, a henger és a kúp viszonyáról

(modernizálva)



A kör egyenlete: $(x-a)^2 + y^2 = a^2$
azaz $x^2 + y^2 = 2ax$

$\rightarrow$ $/ \cdot \pi$ $/ \cdot 2a$

$$2a(\pi \cdot x^2 + \pi \cdot y^2) = \pi (2a)^2 \cdot x$$

Képzeld el: megforgatjuk az ábrát az *x* tengely körül (háromszög → kúp, kör → gömb, téglalap → henger)

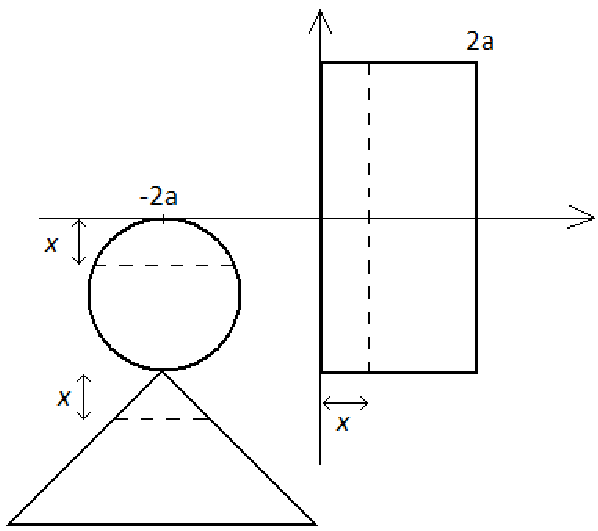
- $\pi \cdot x^2$: a kúp metszete
  (*x* tengelyre merőleges, (*x*, 0) ponton át)
- $\pi \cdot y^2$: a gömb metszete ugyanott
- $\pi (2a)^2$: a henger metszete ugyanott

Rendezzük át a testeket:

A fenti egyenlet egy emelőtörvény, amely minden *x*-beli metszet esetén egyensúlyt tart a gömbmetszet, a kúpmetszet és a hengermetszet között,

ahol

- $2a$ a gömbmetszet és a kúpmetszet állandó erőkarja
- x a hengermetszet változó erőkarja



Ha az egyensúly minden metszethármasra fennáll, akkor a teljes testekre is (hiszen az egyes testek szeleteinek a „száma” egyenlő, hiszen kölcsönösen egyértelműen megfeleltethetők egymásnak).

Így $2a\left(V_k + V_g\right) = a \cdot V_h$, hiszen a henger szeleteinek *a* az „átlagos erőkarja”.

Vagyis mivel tudjuk, hogy $V_h = 3 \cdot V_k$ (*Elemek* XII.10), ezért

$$V_k = 2 \cdot V_g$$
$$V_h = 6 \cdot V_g$$