A bizonyítás részei

I. 1. Probléma | I. 6. Tétel

[Felvetés (*protaszisz*)]

Állítsunk adott véges egyenesszakasz fölé egyenlő oldalú háromszöget!

Ha egy háromszög két szöge egyenlő egymással, akkor az egyenlő szögekkel szemben fekvő oldalak is egyenlők egymással.

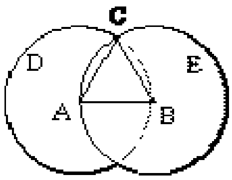
[Kiindulás (ektheszisz)]

Legyen AB az adott véges egyenesszakasz.

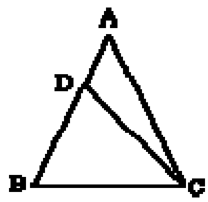
Legyen az ABC háromszög ABC szöge egyenlő az ACB szöggel.

[Célkitűzés (*dioriszmosz*)]

Az AB véges egyenesszakasz fölé kell tehát egyenlő oldalú háromszöget állítani.



Azt állítom, hogy az AB oldal is egyenlő az AC oldallal.



[Szerkesztés (*kataszkeué*)]

Legyen BCD az A középpontú, AB távolsággal rajzolt kör, továbbá ACE a B középpontú, BA távolsággal rajzolt kör, és a C pontból, amelyben metszik egymást a körök, illesszük az A, B pontokra a CA, CB egyeneseket.

Ha ugyanis AB nem egyenlő AC-vel, akkor egyikük nagyobb. Legyen AB a nagyobb, és vonjuk le a nagyobb AB-ből a kisebb AC-vel egyenlő DB-t, és húzzuk meg a DC egyenest.

[Bizonyítás (*apodeixisz*)]

Minthogy az A pont középpontja a CDB körnek, AC egyenlő AB-vel, továbbá, minthogy a B pont középpontja a CAE körnek, BC egyenlő BA-val. De megmutattuk, hogy CA is egyenlő AB-vel, tehát CA és CB mindketten egyenlők AB-vel. Amik viszont ugyanazzal egyenlők, egymással is egyenlők, tehát CA is egyenlő CB-vel, így CA, AB és BC mindhárman egyenlők egymással.

Minthogy DB egyenlő AC-vel, BC pedig közös oldal, így e két-két oldal, DB, BC és AC, CB egymással páronként egyenlő, és a DBC szög egyenlő ACB-vel; tehát a DC alap egyenlő az AB alappal, és a DBC háromszög egyenlő az ACB háromszöggel, a kisebb a nagyobbal; de ez lehetetlen, tehát AB és AC nem egyenlőtlenek, azaz egyelőek.

[Konklúzió (*szumperaszma*)]

Tehát az ABC háromszög egyenlő oldalú, és az adott AB véges egyenesszakasz fölé állítottuk. Éppen ezt kellett megtenni.

Ha tehát egy háromszög két szöge egyenlő egymással, akkor az egyenlő szögekkel szemben fekvő oldalak is egyenlők egymással. Éppen ezt kellett megmutatni.