## Az ötödik könyv tételeinek modern átirata

( $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}^+$ ; n, m, k, i, j $\in \mathbb{N}$)

**Néhány definíció:**

4d. $(a,b) \leftrightarrow \exists \mathrm{n}(\mathrm{n} \cdot a > b)$ [ + esetleg $\exists \mathrm{m}(\mathrm{m} \cdot b > a)$ ]

5d. $(a,b) \equiv (c,d) \leftrightarrow \forall \mathrm{n,m}\ (\mathrm{n} \cdot a > \mathrm{m} \cdot b \leftrightarrow \mathrm{n} \cdot c > \mathrm{m} \cdot d)$

vagy = =

vagy < <

7d. $(a,b) \gg (c,d) \leftrightarrow \exists \mathrm{n,m}\ (\mathrm{n} \cdot a > \mathrm{m} \cdot b\ \&\ n \cdot c \leq \mathrm{m} \cdot d)$

**Tételek:**

1. $a_i = \mathrm{n} \cdot b_i \rightarrow \sum a_i = \mathrm{n} \cdot \sum b_i$ [azaz $\sum \mathrm{n} \cdot b_i = \mathrm{n} \cdot \sum b_i$ ]

2. $\begin{Bmatrix} a = \mathrm{n} \cdot b \\ c = \mathrm{n} \cdot d \end{Bmatrix} \& \begin{Bmatrix} e = \mathrm{m} \cdot b \\ f = \mathrm{m} \cdot d \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} a + e = \mathrm{k} \cdot b \\ c + f = \mathrm{k} \cdot d \end{Bmatrix}$ [azaz $\mathrm{n} \cdot b + \mathrm{m} \cdot b = (\mathrm{m} + \mathrm{n}) \cdot b$] ha $\mathrm{k} = \mathrm{m} + \mathrm{n}$ ("a bizonyításból")

3. $\begin{Bmatrix} a = \mathrm{n} \cdot b \\ c = \mathrm{n} \cdot d \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \mathrm{m} \cdot a = \mathrm{k} \cdot b \\ \mathrm{m} \cdot c = \mathrm{k} \cdot d \end{Bmatrix}$ [azaz $\mathrm{m} \cdot (\mathrm{n} \cdot b) = (\mathrm{m} \cdot \mathrm{n}) \cdot b$] ha $\mathrm{k} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{n}$ ("a bizonyításból")

4. $(a,b) \equiv (c,d) \rightarrow (\mathrm{n} \cdot a, \mathrm{m} \cdot b) \equiv (\mathrm{n} \cdot c, \mathrm{m} \cdot d)$

5. $\begin{Bmatrix} a = \mathrm{n} \cdot b \\ c = \mathrm{n} \cdot d \end{Bmatrix} \rightarrow a - c = \mathrm{n} \cdot (b - d)$ [azaz $\mathrm{n} \cdot b - \mathrm{n} \cdot d = \mathrm{n} \cdot (b - d)$]

6. $\begin{Bmatrix} a = \mathrm{n} \cdot b \\ c = \mathrm{n} \cdot d \end{Bmatrix} \& \begin{Bmatrix} e = \mathrm{m} \cdot b \\ f = \mathrm{m} \cdot d \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} a - e = \mathrm{k} \cdot b \\ c - f = \mathrm{k} \cdot d \end{Bmatrix}$ [azaz $\mathrm{n} \cdot b - \mathrm{m} \cdot b = (\mathrm{m} - \mathrm{n}) \cdot b$] ha $\mathrm{k} = \mathrm{m} - \mathrm{n}$ ("a bizonyításból")

7. $a = b \rightarrow \begin{Bmatrix} (a,c) \equiv (b,c) \\ (c,a) \equiv (c,b) \end{Bmatrix}$

7K. $(a,b) \equiv (c,d) \rightarrow (b,a) \equiv (d,c)$ [inverzió, v.ö. 13d: $(a,b) \Rightarrow (b,a)$]

8. $a > b \rightarrow \begin{Bmatrix} (a,c) \gg (b,c) \\ (c,b) \gg (c,a) \end{Bmatrix}$

9. $\begin{Bmatrix} (a,c) \equiv (b,c) \rightarrow a = b \\ (c,a) \equiv (c,b) \rightarrow a = b \end{Bmatrix}$

10. $\begin{Bmatrix} (a,c) \gg (b,c) \rightarrow a > b \\ (c,b) \gg (c,a) \rightarrow a > b \end{Bmatrix}$

11. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (c,d) \\ (e,f) \equiv (c,d) \end{Bmatrix} \rightarrow (a,b) \equiv (e,f)$

12. $(a_i, b_i) \equiv (a_j, b_j) \;\rightarrow\; (\sum a_k, \sum b_k) \equiv (a_i, b_i)$

13. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (c,d) \\ (e,f) \ll (c,d) \end{Bmatrix} \rightarrow\; (a,b) \gg (e,f)$

14. $(a,b) \equiv (c,d) \;\&\; a > c \;\rightarrow\; b > d$

vagy = =

vagy < <

15. $(a,b) \equiv (\mathrm{n} \cdot a, \mathrm{n} \cdot b)$

16. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; (a,c) \equiv (b,d)$ [alternáció, v. ö. 12d: $(a,b); (c,d) \;\Rightarrow\; (a,c); (b,d)$]

17. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; (a-b,b) \equiv (c-d,d)$ [szeparáció, v. ö. 15d: $(a,b) \;\Rightarrow\; (a-b,b)$]

18. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; (a+b,b) \equiv (c+d,d)$ [kompozíció, v. ö. 14d: $(a,b) \;\Rightarrow\; (a+b,b)$]

19. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; (a-c,b-d) \equiv (a,b)$

19K. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; (a,a-b) \equiv (c,c-d)$ [konverzió, v. ö. 16d: $(a,b) \;\Rightarrow\; (a,a-b)$]

20. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (d,e) \\ (b,c) \equiv (e,f) \end{Bmatrix} \;\&\; a > c \;\rightarrow\; d > f$

vagy = =

vagy < <

21. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (e,f) \\ (b,c) \equiv (d,e) \end{Bmatrix} \;\&\; a > c \;\rightarrow\; d > f$

vagy = =

vagy < <

22. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (d,e) \\ (b,c) \equiv (e,f) \end{Bmatrix} \rightarrow\; (a,c) \equiv (d,f)$ [„egyenlőség révén”, v.ö. 17d]

23. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (e,f) \\ (b,c) \equiv (d,e) \end{Bmatrix} \rightarrow\; (a,c) \equiv (d,f)$ [„kereszteződő”, v.ö. 18d]

24. $\begin{Bmatrix} (a,b) \equiv (c,d) \\ (e,b) \equiv (f,d) \end{Bmatrix} \rightarrow\; (a+e,b) \equiv (c+f,d)$

25. $(a,b) \equiv (c,d) \;\rightarrow\; a+d > b+c$