

A SOROZATOT SZERKESZTI  
CSEHI GYULA ÉS MIKÓ IMRE

# BOLYAI-LEVELEK

VÁLOGATTA,  
A BEVEZETŐ TANULMÁNYT ÍRTA  
ÉS A JEGYZETEKET ÖSSZEÁLLÍTOTTA  
BENKŐ SAMU



KRITERION KÖNYVKIADÓ BUKAREST 1975

Marosvásárhely, 1820. április 4.  
Bolyai Farkas — fiához, Jánoshoz

12; 21; MVásárhely, 1820.  
die 4<sup>ta</sup> Aprilis  
*igen sietve*

Kedves Édes Fiam!

Már valami Mathematicumot is kellene írnom; de az időből is kifogytam, s mostanság minden maradék időmet elvette a hivatal keresése s ráa való készüllet, sőt ezentúl még jobban nekifekszem a Forstwesennek; a Mathesisre úgyis, kivált úgy, amint a te kérdéseid közül némelyekre kívánnék felelni, olyanforma Otium kellene, amilyen nekem most teljességgel nincs. Próbáld meg Lenker úrral: s csak tedd fel nekem is kérdéseidet; hol egyikre, hol a másakra talám én is felelek, ha módom lesz visszatérni a Mathesisre. Lenkert absolute használd; meg fogod bánni, ha elmulatod, ez az alkalmazhatóság többé vissza nem tér. Még gondoltam egyet: Gaussnak írok s meg fogom kérni, hogy ha levélbe megkérded La Grange-t vagy az ő munkáit olvasva, utasítsd; ő teheti, mert abba élhet s első a földön.

Valamit reményilem én is írok, nagy részint helyes fundamentomos és előttem is úgy megfordult észrevételeidre. A különben felsőbb valóságok elméjével bíró La Grange-t

helyesen vádolod: még több helyt is hibázik az a rigor, melyet tulajdonít módjának:  $\sqrt[m]{1+x}$  hogy  $= 1 + Ax + Bx^2 + \dots$  lehet demonstrálni, a közönséges radix kivonás szerint is lehet ilyen seriest kihozni: a binomiumnak egész számra való elevatioja perse előre demonstrálódik cum rigore könnyű módon; de mind csak felteszik, s azután keresik a szokott módon meg a coefficientseket — azután perse  $(1 + Ax + Bx^2 + \dots)^n =$  éppen olyan formájú functio; tehát  $(1+x)^{\frac{n}{m}}$  is.

La Croix-t a felsőbb aequatiokba leginkább szerettem, azaz mások felett jól tractálja; s abba nem helyesen fogod vádolni, úgy emlékezem.

A parallelákat azon az útan ne próbáld: tudom én azt az utat is mind végig — megmértem azt a feneketlen éjszakát én, és az életemnek minden világossága, minden öröme kialudt benne — az Istenért kérek! hagyj békét a paralléláknak — úgy irtózz tőlle, mint akármicsoda feslett társalkodástól, éppen úgy megfoszthat minden idődtől, egésségedtől, csendességedtől s egész életed boldogságától. Az a feneketlen sötétség talám ezer newtoni óriási tornyokat elnyél — sohasem világosodik meg a földön s sohasem lesz a szegény emberi nemnek semmije tökéletes tiszta, a Geometria se; nagy s örökös seb ez az én lelkembe; az Isten őrizzen meg téged, hogy ez valaha olyan mélyen béegye magát — ez a Geometriához, a földhöz el-

veszi az ember kedvét: én feltettem volt magamba, hogy feláldozzam magamat az igazságért, s kész lettem volna mártyr lenni, csak hogy a Geometriát megtisztítva ezen mocsokból adhassam az emberi nemnek; irtóztató óriási munkákat tettem; talám mindent elpróbáltam; sokkal jobbakat csináltam, mint addig, de tökéletes meglegedést nem találtam; itt pedig *si paullum a summo discessit, vergit ad imum* — visszatértem, mikor általláttam, hogy ennek az éjszakának a földről fenekét érni nem lehet, vigasztalás nélkül, sajnálva magamat s a szegény emberi nemet. Tanulj te az én példámon; én a parallélakat akarva megtudni, tudatlan maradtam, életem s időm virágját mind az vette el — sőt minden azutáni hibámnak töve mind ott volt s a házi fellegzésekből esett reá. Ha a parallélakat feltaláltam volna, ha senki se tudta volna is meg, hogy én találtam, angyal lettem volna.

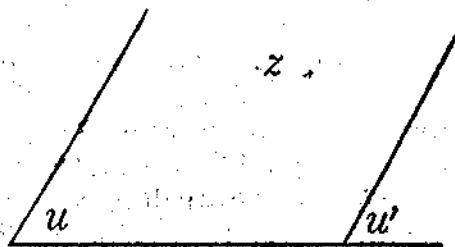
Higgy nekem! s tanulj most, haladj, jegyezd fel, mit nem értesz, hol találsz hiánosságot s menj tovább... El fogom én neked küldeni az én próbáimat; s akkor meggyőződd közelebbről még most, amit Vajda úrral nektek tanítottam, melyet legkönnyebbnek találtam gyermeknek, ha érkezem, lehet, hogy most leírom; a munkámból szóról szóra kiírhatom; ha az axioma megállítódik, a többi per se jó, ez is, a többi is; de az axiómám egyik se olyan, amilyennek lenni kellene, egyik demonstrációmba is. Megfoghatatlan, hogy ez az elháríthatatlan

homály, ez az örök napfogyatkozás, ez a mocsok hogy hagyatott a Geometriába, ez az örök felleg a szűz tiszta igazságon.

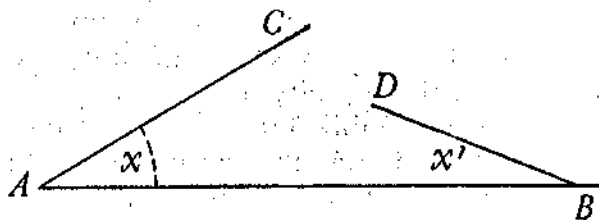
Ne próbáld, soha meg nem mutatod, hogy azokkal a meg nem szűnő mind egymértékű béhajlásokkal valaha az also rectát vágni fogja... egy örökké magába vissza forgató circulus van ebbe a materiába, szünetlen becsaló labirintus, mint a kincseső elszegényül, aki ebbe elegyedik s tudatlanul marad. — Akármicsoda absurdumra menj ki, mind semmi, nem teheted axiómának; felteszem, hogy  $\Delta$ -[t] s akárhány oldalú polygonumot lehet csinálni, ha nem igaz a *parallelar[um] theoria*, melynek minden szegleteinek summája omni dabilis kisebb, s ezer efélék; a recta egyedül volna, mely a reá írt perpendicularisokat mind vágná, több recta nem volna, mely mind vágná azokat — a legkisebb szegletbe bé lehetne tenni a legnagyobb convexus angulust mind a két infinitum crussával. Akármekkora, akármilyen kicsi summa duorum internorumra lehetne demonstrálni, hogy vágja két recta egymást akármilyen nagy rectának két végéről, osztán a többit cum rigore tudom; de már ilyent axiómának venni nem lehet. Mindenik demonstratio sokból áll együtt, külön is némelyik hosszú — egyszer mind közlöm.

Vannak olyan axiómák is az enyimek között, melyek hirtelen jóknak tetszenének; de nem jók, nem tökéletes simplex s elég tiszta fundamentum egy olyan tudomány-nak, amilyen a Geometria. Itt az ember a

quantitassal semmire se menyen, mert itt totum = parti. Exempli gratia  $u = u'$  s congruál, ha réá teszem, amint pedig itt van,  $z$  köz felül marad. Azért hiába tudom



azt is demonstrálni, hogy ha a parallelarum theoria nem igaz, tehát  $x$  apadjon 0-ig, CA (C felé in  $\infty$  kinyújtva) forduljon A pont körül, míg AB-be ér, és bár  $x'$  mindég egyenlő legyen  $x$ -hez, B lehet olyan meszse minden állására nézve AC-nek, hogy míg AC AB-be ér, BD (in  $\infty$  kinyújtva), soholt se vágja AC-t; és így itt a summa



internorum fit omni dabili minor, decrescit ad null. S míg AC béérkezik AB-be a planum  $\infty$  mind a szárai között egészen elfér  $n$ -dje híján, s  $n$  omni dabili nagyobb szám, s ha lehetne megadni akármicsoda kicsi, de meghatározott rectát, melynek két végéről a

recták egymást, akármicsoda kicsivel legyen a summa internorum kisebb 2 rectusnál, egymást vágnák, úgy is nyert per volna — s még mind is nem elég, s nehogy próbáld kipótolni, elvégezni, tovább menni; ezeken a tájokon vannak a Hercules columnái; egy lépést se menj tovább, különben elveszett ember vagy. Az a semmi axioma, melyet gyermekek számára gondoltam volt, itt van; abból per se könnyen kijő. Minthogy kevésből áll, leírom kívánságodra. Ez eadem internorum summa aliter partita. Kíírom a munkámból.\*

*koldusok capitalissa* — a koldusok felségélyezésére rendelt tőke; Bolyai Farkas erre szánta az irodalmi művel kinyomtatásából remélt jövedelmét

*exemplár* — példány

28. Marosvásárhely, 1820. április 4. Bolyai Farkas — fiához, Jánoshoz. A levél eredetije a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtárában. Részleteket közölt belőle Stäckel Pál: A nem-euklidikus geometria története Bolyai János hátrahagyott irataiban. In: Matematikai és Természettudományi Értesítő. XVIII (1900). 245.

*Silvarum Inspector* — erdőfelügyelő

*Montanisticus Consiliarius* — kincstári tanácsos

*K. Gubernium* — királyi főkormányzóság

*Thesaurarius* — Kincstár

*Kais. Königl. Hofkammer* — Császári és Királyi Udvari Kamara

*instantia* — kérvény

*impurum* — fogalmazvány

*in omnem eventum* — mindenesetre

*departement* — kormányügyosztály, minisztérium

*audientzia* — kihallgatás

*présance d'esprit* (présence d'esprit) — lélekjelenlét

*statio* — hivatali állás

*diurnum* — napidíj

*Forstwesen* — erdőügy

*manualis* — kézikönyv, tankönyv

*Ottum Divos rogat in patenti... Post equitem*

*sedet atra cura* — Békességet kér az egetől az,

kit nyílt vizen lep meg zivatar... háta mögött

ül az éjsötét gond. Horatius: Az énekek másod-

dik könyve. 16. 1. és Az énekek harmadik köny-

ve. 1. 40. Bede Anna, illetőleg Illyés Gyula for-

dítása.

*tezaurarius* — kincstartó

*tabulae praeses* — táblai elnök

*compellatio* — megszólítás

*Euer Excellenz Hochlöbliche Kaiserlich Königl-*

*iche Hofkammerl* — A nagyméltóságú, a Csás-

zári Királyi Udvari Kamarának

*die Documente sind Seiner Majestät eingereicht*

— az okmányok Öfelségének vannak benyújtva  
*modestia* — szerénység

*Audaces fortuna juvat, timidusque repellit* — a bátrakat segíti a szerencse, a félénkeket elűzi

*Virtus repulsae nescia sordidae* — A virtus át-

néz, átmegy a gáncs fölött. Horatius: Az énekek

harmadik könyve. 2. 17. Illyés Gyula fordítása.

*galleria* — itt: gyűjtemény

*radix* — gyök

*binomium* — kéttagú kifejezés

*coefficiens* — együttható

*si paulum summo decessit, vergit ad imum* —

Hajszállal rosszabb a tőkélénél, hull le a mélybe.

Horatius: Az episztolák második könyve. 3. 378.

Muraközy Gyula fordítása.

*perpendicularis* — merőleges

*omni dabili* — minden megadottnál

*convexus angulus* — konvex szög

*infinitum crussával* — végtelen szárral

*summa duorum internorum* — a két belső szög

összege

*cum rigore* — szigorral

*simplex* — egyszerű

*quantitas* — mennyiség

*totum = parti* — az egészet a résznek (alá-

veted)

*congruál* — egybevág

*summa internorum fit omni dabili minor, decre-*

*scit ad null* — a belső szögek összege minden

megadottnál kisebb lesz, nullához tart

*recták* — derékszögek

*continuatio* — folytatás

*potentia* — erő, hatalom, hatvány

29. Marosvásárhely, 1821. július 15. Bolyai Farkas

— Bodor Pálhoz. A levél eredetije a Magyar

Tudományos Akadémia Könyvtárában. Részle-

teket közölt belőle Schlesinger Lajos, i.m. 218.

*compétáló interestel* — megfelelő kamattal

*Te Deum* — hálaadó istentisztelet

*assignál* — átad, kiutal

*nec imbelles generant aquilae columbas* — a

sas nem szül szelíd galambokat

*applacidál* — hozzácsap

Marosvásárhely, 1831. június 20.

Bolyai Farkas — Gausshoz

Maros Vásárhely, 1831. június 20.

Nagyra becsült Gauss!

Bocsásd meg, hogy háborgatlak óriáspályádon, tarts egy kis szünetet s ajándékozz egy percet a barátságunk! Fogadd elmúlt Napok viharát, és elutazásunk előtt az aggkor romjaiból még egyszer megifjúlva

nyújtsuk egymásnak jobbunkat egynéhány ország felett! Az Idő s Tér bilincsei nem kötik meg a lelkeket. A Földnek minden, magasabb lények szemében nevelésesen kicsiny (bár önnön maguknál soha nem kisebb, és relatíve mindig nagy) nagysága eltűnik a szeretet birodalmában, és csak a boldogság ez egyedüli forrásából fakadt áramlások folynak csillogva az örök Nap fényében az újra meglett Paradicsom hervadhatatlanul virágzó mezein.

A tavaszi napéjegyenlőségtől az őszi napéjegyenlőségig, egész nyáron által (legalább látszatra) holtak voltunk egymás számára, én (mindig változatlan) sok ezerszer gondoltam Rád! Nem kétlem, hogy nagy munkáid közben — jóllehet abban megakadályoztak, hogy utolsó két levelemre (az utolsóval küldtem egy szép valódi tajtékfejet) válaszoljál — olykor Te is gondoltál rám. Azután pedig sokáig politikailag is elválasztottak bennünket. Egyesüljünk hát most ismét, és a Föld széléhez közelítve utazzunk együtt tovább: magasabb és tisztább Napok közelítenek felénk, a romokból már csapdosnak a növekvő szárnyak, a végtelen örökkévalóságból mélységes remény mosolyog reánk. Sok mindenről lemondtam itt, s különben is kevés öröm után néma oszlopként hajlok barátaim sírja fölé, szinte teljesen egyedül, a derék Kemény Simon meghalt, és azok közül, akik annak idején Schäffer suszternél laktak, egy sem él. A feleségem is 10 esztendővel ezelőtt meghalt; több évig tartó hisztériás betegség után az utolsó 4 évben

megzavarodott, iszonyú, amit kiálltam. Egy fiút hagyott hátra, akinek a bécsi hadmérnöki akadémiára lett távozása idézte elő megzavarodását; fiam most már a műszaki alakulatok főhadnagya, nemsokára kapitány, szép ifjú, virtuóz hegedűs, jó és merész vívó, de túl sokat párbajozik és általában még nagyon féktelen katona, de ugyanakkor igen érzékeny, — fény a sötétben és sötét a fényben, és szenvedélyes matematikus, páriát ritkító értelmi képességekkel. Most a lemergi garnizonban van. Téged igen-igen tisztel, megérteni és értékelni képes.

Az ő kérésére küldöm ezt az ő kis munkáját Hozzád: légy szíves, ítéld meg éles, átható szemekkel, s válaszdobban, melyet epedve várok, írd meg kimélés nélkül magas ítéleted. Ez nyomtatás alatt álló munkám legeleje. Az első kötetet szándékoztam most elküldeni, de még nem jött ki. A munka célja a tiszta Matematika (az úgynevezett felsőbbet is ide értve) rendszerét szigorúan megalapítani, megmutatni, mi módon jön rá az elme a szemléletestől az elvont felé haladva; és a fogalmaknak reális szemléletes tartalmat adni s szorosan megvonni határukat a legtágasb általánosságon belül. Mennyiben értem el célomat, majd Te megítéled. Fiam többre becsüli a Te ítéletedet, mint egész Európaét. Nem volt szándékomban publikálni ezt a munkát, de (fiam mellett) több tanítványom rábeszél, és nyomdát is állítottunk. — Magyarul egy Aritmetikát hoztam ki, amely azonban itt mindenkinek (tanítványaimat kivéve) nem-

csak (nem lefordított, hanem a dolog természetét röviden és érthető módon kifejező) terminológiája miatt, de különben is idegennek tetszik, s érthetetlennek mondják. A tanítványaim pedig értik, fiam értékeli. Egyet-mást jelentettem meg még régebben, de magyarul és névtelenül; igen is sok mindenre vállalkoztam, túlságosan nagy volt az osztó.

A fiam elhatározta, hogy kihozza Poligon-teóriádat németül, kisebb fejek számára némileg hozzáférhetőbben, mert bosszantja, hogy nem ismerik annyira, ahogy ő szeretné. Amde mondtam neki, hogy valakitől (nem tudom, kitől) hallottam, hogy Te megjelentetted külön; amit én is szerfelett óhajtanék látni. Első művedet, a Nova demonstratiót is megrendeltem; de nem kapták meg. Ha még volna belőle néhány darabod, kérlek, küldd meg nekem. Azt is mondta valaki, hogy egy katalógusban a Te Logaritmusaidról olvasott. Kérlek, tudósíts iránta, ha csak néhány szóban is, vagy igazíts útba, hol olvashatnék róla; de mi ilyen munkákban szegények vagyunk.

A levél átadója, az annak idején Göttingában járt Zeyk Dániel fia, Párizsban volt és Londonból ment Hozzátok, egyik legkedveltebb és jobb tanítványom; jóra való, szerény, nemes, nagy reményű ifjú, nagyon szép tudással, jellemmel és szellemi talentumokkal.

Kedves feleségednek add át üdvözetemet, és adj hírt mindegyik gyermekedről, írd meg nevüket, rajzold meg fizikai és morális

képüket s mutasd meg őket Zeyk úrnak, hogy ő szóban is beszámoljon róluk. Reméled-e, hogy valamelyikükben továbbélsz? Nekem még van egy derék, csinos 5 éves fiam a második feleségetől, aki sajnos ugyancsak beteges; de a fiú eddig egészséges és erős; egyik leányom ettől és egy a másik nőmtől meghalt. Négy évig voltam özvegy.

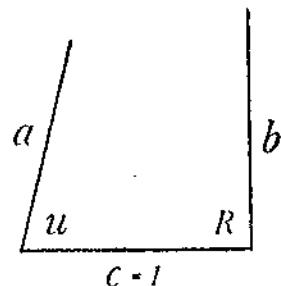
Örvendeztess meg hamarosan válaszoddal, add vissza második életemet! Te gazdag vagy életben, már ezredéveid vannak. Királyi kincseiddel szerencsésen átkeltél az Óceánon. Az én egem mindig borús volt, s dühöngő viharok verték szét hajómat a szirtéken. De minél sötétebb volt kint, annál szebben sziporkáztak belső egem csillagai. — Bocsássa meg nekem az utókor, ha e hosszú levelem miatt talán szegényebb lett egy szép gondolattal. A Te idődet is kímélni szeretném. Keveset írd, csak annyit, hogy még szereted

a Te öreg  
Bolyaidat

P. S. Kérlek, olvasd meg a coperta bel-sejét is.

Véleményem szerint fiam munkájában az  $u$  (ott tudniillik, ahol  $a$  még nem metszi  $b$ -t, ha  $c =$  az egyenes egysége) geometriailag van megszerkesztve: amiből azonban még nem határozható meg, mekkora  $u$   $o$ -tól  $R$ -ig (azt ki-, ezt belevéve). Mégis, mint a geometriában mindig, valami vagy függ  $u$ -tól, vagy sem; példának okáért a gömbháromszögtan a 26§-ban attól füg-

getlennek állítatik; akárcsak a Sphaera v. Zona felszíne stb. Ami azonban függ tőle, azt mind az  $u$  bizonyos funkcióiban fejezi ki, ahol éppen csak az  $u$  nagysága megha-



tározatlan, és helytálló  $u$  minden szubjektíve lehetséges értékére; ha ugyanis bizonyos esetre  $f(u) = y$ , és  $u$ -t az ( $o$ -tól  $R$ -ig növekedő) abszcissza és  $y$ -t a megfelelő ordináta jelenti, akkor  $y$  nagyságát az  $u$  minden értékére — az  $u = R$  határesetre is, az  $u$ -tól függő általános kifejezés mutatja.

Fiam bizonyos nagy- és kisbetűket használ a jelölésre, ezek azonban mind  $u$  meghatározott funkciói; elegánsabb és világosabb lett volna, ha ekként fejezi ki őket, mert a munka maga megkönnyítette volna, egyébként ez már nem és csak szavakban tér el attól, ami a műben áll.

A végén azt is kimutatja, hogy ha  $u$  nem  $= R$ -rel, akkor a kör négyesítője van. Időm s papíromnak végére értem, és a Te türelmednek is. Hisz Te isteni nyugalomban élsz, nekem a hivatal ezerszeres igája és az időtolvajok szüntelen ostroma alig hagy meg valamit egész életemből.



Marosvásárhely, 1835. április 20.

Bolyai Farkas — Gausshoz

Maros Vásárhely, 1835. április 20.

Bármennyire megörvendeztetett engem (akinek a Földön szinte egyedüli boldogsága az maradt, hogy Téged barátomnak nevezhetlek) válaszod, amelyre leveletem méltatad, mégsem volt bátorságom az Igazság csendes templomi ünnepét megzavarni, mielőtt veretlen hűségem jeleként valamit, bármily csekélyet is a főpap elé az oltárra nem helyezek. De munkám két kötetének megjelenése után is több mint egy esztendő kellett várnom az ábrákra. És még azután is sokáig haboztam, vajon nem méltatlan-e Hozzád részint a nyomás (ez mutatja, hol állunk mi még), részint bizonyos nem kívánatos rendetlenség és a kicsiny, szerfelett természetesen s gazoson nőtt virágok miatt, melyek a Te fenséges cédrusaid alatt még kisebbek lesznek. Végül, megfontolva, hogy az Igazság templomában a nagy sem emel-

kedik ki, s a kicsinynek sem kell pirulnia, valamint hogy a látszólagos rendben gyakorta valójában több a rendetlenség, egyszer egy alkalmatosság indulása órájában elhatároztam magam, és attól tartva, hogy tán egyszer s mindenkorra elhalasztom, elküldtem két kötetet a nálam levőkből. Sajnálom, hogy nem nyomattam a Te részedre egy példányt szép papírra és nem kötettem be másképpen, már amennyire a mi rossz könyvkötőinktől telik. Nem került senki, aki Göttingába utazott volna, és nem is szívesen háborgatlak ajánlásokkal. De megbízást küldtem Bécsbe, hogy a könyvkereskedők útján per Lipcse küldjék el Neked az én költségemre. Mindenesetre kötelességemnek tartottam Veled közölni, különben még az a jó is, ami benne foglaltatik, részint a forma, részint némely hibák, részint a zavaros fejek okán valójában elsüllyedne.

Itt minden kikelt ellene, a tanítványaimat kivéve, akik az idő megtakarításával szépen haladnak. Elöl az élőfa a munka térképe; odacsirizelt, kiemelhető ábrákkal is (amint a táblákon látható) igyekeztem mindent szemléletesebbé tenni. Azonkívül az I. kötet mutatója először is áttekintését adja az *Arithmeticae et Geometriae corradicata, coronisque confluentibus (fundus communis, Radix arboris Arithmetica, Truncus, corona; Radix Arb. Geom. Truncus. Corona)* élőfájának, majd a teljes tartalmat (mindenütt oldalszámmal), úgyszintén a II. kötet mutatója ennek tartalmát adja. E két kötetben megkíséreltem a felsőbb és alsóbb Aritmetika és

Geometria alapjait teljesen és szemléletesen megmutatni. A kifejtésre a harmadik kötetben kerül sor. A Te felsőbb Aritmetikádat csak az előfán jeleztem. A második kötet végén van egy függelék a perspektíváról, a tudományos elnevezésekről és kronológiáról, mivel előadásomat két év alatt be kell fejezmem, és a Fizika, Kémia s az alkalmazott Matematika többi ága amúgy is túl sok a második évre. A differenciál- és integrálszámítást megkíséreltem félreérthetetlenül megmagyarázni, s úgy gondolom, nem hibáztam, amikor egyszersmind módszerem alkalmazását is bemutattam (persze egy kissé túl hosszúra sikeredett, digresszióban) különböző geometriai és mechanikai tárgyakra, ahol ugyanakkor egynémely, rendszerint zavaros fogalmakat is tisztázni próbáltam.

Az első kötet elején ismereteink mezeje megosztatlan, hogy kitűnjék, az egyetemes térképnek mely tartománya kerül közelebbi vizsgálatra; egyszersmind egy kis (a Matematikához szükséges) logika is van benne. De itt ezt sem méltatta senki figyelemre. Helyenként vannak még másnemű dolgok, példának okáért a II. tomus 108., 109. lapján a lámpákról és kemencékről, amit ha egészséged megkívánja, szerencsémnek tartom majd részletesebben is leírni.

A II. kötet végén az elsőben használt egynémely fogalmak tisztázása mellett megvan a két trigonometria bizonyos megegyezése is fiam felfogása szerint. Szívesen kinyomatam volna a tetraéder megoldását is (melyre a fiam egy évvel az Appendix kinyomtatása

előtt rájött), de a képletek, amiket láttam, túlságosan bonyolultak voltak, és én nem tudom őket. És mindenek felett annak bizonyítását nyomtattattam volna ki, hogy emberi szemnek teljességgel lehetetlen átlátnia, vajon igaz-e a XI. Axióma vagy sem. A fiam azt állítja, hogy megvan rá a kézzelfogható bizonyítéka. Én egyebet nem tudok bizonyítani, mint azt, hogy e tétel igaz vagy nem igaz volta mellett is megállhat a többi euklideszi axiómával egyetemben, és ilyenképpen két különböző (önmagában eddig egyként helytálló) rendszer adódik, amit én már évek óta tudok. A kérdés azonban az, hogy nincs-e egy másik axióma, legalábbis egyenrangú azokkal, amelyeket Euklidész és mások hallgatólag elfogadnak, amely mindkét rendszerre érvényes. Amit a fiamat megelőzve dolgoztam ki, az I. tomus 488. lapján található.

veszi az ember kedvét: én feltettem volt magamba, hogy feláldozzam magamat az igazságért, s kész lettem volna martyr lenni, csak hogy a Geometriát megtisztítva ezen mocsokból adhassam az emberi nemnek; irtóztató óriási munkákat tettem; talám mindent elpróbáltam; sokkal jobbakat csináltam, mint addig, de tökéletes meglepést nem találtam; itt pedig *si paullum a summo discessit, vergit ad imum* — visszatértem, mikor általláttam, hogy ennek az éjszakának a földről fenekét érni nem lehet, vigasztalás nélkül, sajnálva magamat s a szegény emberi nemet. Tanulj te az én példámon; én a parallélakat akarva megtudni, tudatlan maradtam, életem s időm virágját mind az vette el — sőt minden azutáni hibámnak töve mind ott volt s a házi fellegzésekből esett reá. Ha a parallélakat feltaláltam volna, ha senki se tudta volna is meg, hogy én találtam, angyal lettem volna.

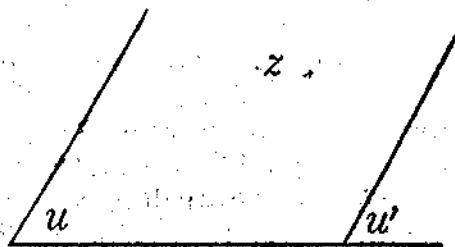
Higgy nekem! s tanulj most, haladj, jegyezd fel, mit nem értesz, hol találsz hiánosságot s menj tovább... El fogom én neked küldeni az én próbáimat; s akkor meggyőződöl közelebről még most, amit Vajda úrral nektek tanítottam, melyet legkönnyebbnek találtam gyermeknek, ha érkezem, lehet, hogy most leírom; a munkámból szóról szóra kiírhatom; ha az axioma megállítódik, a többi per se jó, ez is, a többi is; de az axiómám egyik se olyan, amilyennek lenni kellene, egyik demonstrációmba is. Megfoghatatlan, hogy ez az elháríthatatlan

homály, ez az örök napfogyatkozás, ez a mocsok hogy hagyatott a Geometriába, ez az örök felleg a szűz tiszta igazságon.

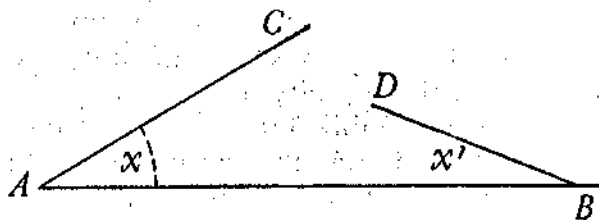
Ne próbáld, soha meg nem mutatod, hogy azokkal a meg nem szűnő mind egymértékű béhajlásokkal valaha az also rectát vágni fogja... egy örökké magába vissza forgató circulus van ebbe a materiába, szünetlen becsaló labirintus, mint a kincéső elszegényül, aki ebbe elegyedik s tudatlanul marad. — Akármicsoda absurdumra menj ki, mind semmi, nem teheted axiómának; felteszem, hogy  $\Delta$ -[t] s akárhány oldalú polygonomot lehet csinálni, ha nem igaz a *parallelar[um] theoria*, melynek minden szegleteinek summája omni dabili kisebb, s ezer efélék; a recta egyedül volna, mely a reá írt perpendicularisokat mind vágná, több recta nem volna, mely mind vágná azokat — a legkisebb szegletbe bé lehetne tenni a legnagyobb convexus angulust mind a két infinitum crussával. Akármekkora, akármilyen kicsi summa duorum internorumra lehetne demonstrálni, hogy vágja két recta egymást akármilyen nagy rectának két végéről, osztán a többit cum rigore tudom; de már ilyent axiómának venni nem lehet. Mindenik demonstratio sokból áll együtt, külön is némelyik hosszú — egyszer mind közlöm.

Vannak olyan axiómák is az enyimek között, melyek hirtelen jóknak tetszenének; de nem jók, nem tökéletes simplex s elég tiszta fundamentum egy olyan tudomány-nak, amilyen a Geometria. Itt az ember a

quantitassal semmire se menyen, mert itt totum = parti. Exempli gratia  $u = u'$  s congruál, ha réá teszem, amint pedig itt van,  $z$  köz felül marad. Azért hiába tudom



azt is demonstrálni, hogy ha a parallelarum theoria nem igaz, tehát  $x$  apadjon 0-ig, CA (C felé in  $\infty$  kinyújtva) forduljon A pont körül, míg AB-be ér, és bár  $x'$  mindég egyenlő legyen  $x$ -hez, B lehet olyan meszse minden állására nézve AC-nek, hogy míg AC AB-be ér, BD (in  $\infty$  kinyújtva), soholt se vágja AC-t; és így itt a summa



internorum fit omni dabili minor, decrescit ad null. S míg AC béérkezik AB-be a planum  $\infty$  mind a szárai között egészen elfér  $n$ -dje híján, s  $n$  omni dabili nagyobb szám, s ha lehetne megadni akármicsoda kicsi, de meghatározott rectát, melynek két végéről a

recták egymást, akármicsoda kicsivel legyen a summa internorum kisebb 2 rectusnál, egymást vágnák, úgy is nyert per volna — s még mind is nem elég, s nehogy próbáld kipótolni, elvégezni, tovább menni; ezeken a tájokon vannak a Hercules columnái; egy lépést se menj tovább, különben elveszett ember vagy. Az a semmi axioma, melyet gyermekek számára gondoltam volt, itt van; abból per se könnyen kijő. Minthogy kevésből áll, leírom kívánságodra. Ez eadem internorum summa aliter partita. Kíírom a munkámból.\*