

## Quine halmazelmélete

**Kurzuskód:** xxxn9515  
**Előadó:** Mekis Péter  
**Időpont:** hétfő 18:00-19:30  
**Helyszín:** Múzeum körút 4/i, i épület 224 (Logika Tanszék)

### Tematika:

A kurzus során W. V. O. Quine halmazelméletével, a New Foundations-szel (NF) és ennek változataival ismerkedünk meg. NF a standard Zermelo-Fraenkel halmazelmélet (ZF) legfontosabb alternatívája. Axiómáit Quine az 1937-es New Foundations for Mathematical Logic című cikkében vezette elő; innen az elnevezés.

A ZF és NF közötti legfontosabb különbség az, hogy az utóbbiban létezik univerzális halmaz és bármely halmaznak létezik komplementere, így a halmazok Boole-algebrát alkotnak. További technikai előnye, hogy a Gödel-Bernays halmazelméletéhez (GB) hasonlóan (de ZF-től eltérően) végesen axiomatizálható.

NF legnagyobb hátránya, hogy nem független a kiválasztási axiómától (AC); sőt bizonyítható benne AC tagadása. Ezt a hibát küszöböli ki Ronald Jensen 1969-es módosítása (NFU), amely már független AC-től.

NF-nek a ZF-hez vagy annak valamely erősebb változatához vett relatív konzisztenciája nyitott kérdés. Ismert azonban, hogy amennyiben ZF konzisztens, NFU is az; és ezen kívül is született egy sor eredmény NFU és ZF különböző változatainak egymáshoz képest vett konzisztenciájáról.

NFU és különféle erősebb változatai alkalmasak a matematika szokásos módon való halmazelméleti megalapozására és modellelméleti vizsgálódásokra; lehet például NF-ben forszolni.

A kurzus során a fenti eredmények közül igyekszünk minél többet feldolgozni; hogy pontosan mire jut idő, az erősen függ a hallgatók igényeitől és felkészültségétől. A szakirodalmon kívül handoutok segítik majd a felkészülést.

### Irodalom

- Quine, W. V. O.: New Foundations for Mathematical Logic. In: From a Logical Point of View. 2. átdolgozott kiadás, Harvard University Press, 80-101.o.
- Jensen, R. B.: On the Consistency of a Slight(?) Modification of Quine's NF. Synthese 19 (1969), 250-63.
- Holmes, M. R.: Elementary Set Theory with a Universal Set. Academia-Bruylant, 1998.
- Forster, T. E.: Set Theory with a Universal Set. Clarendon, 1992.