

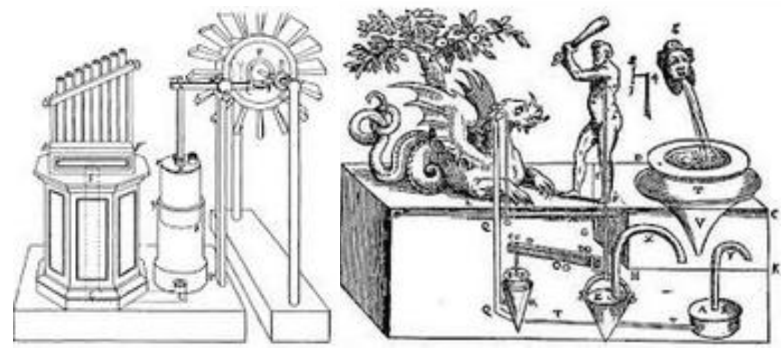
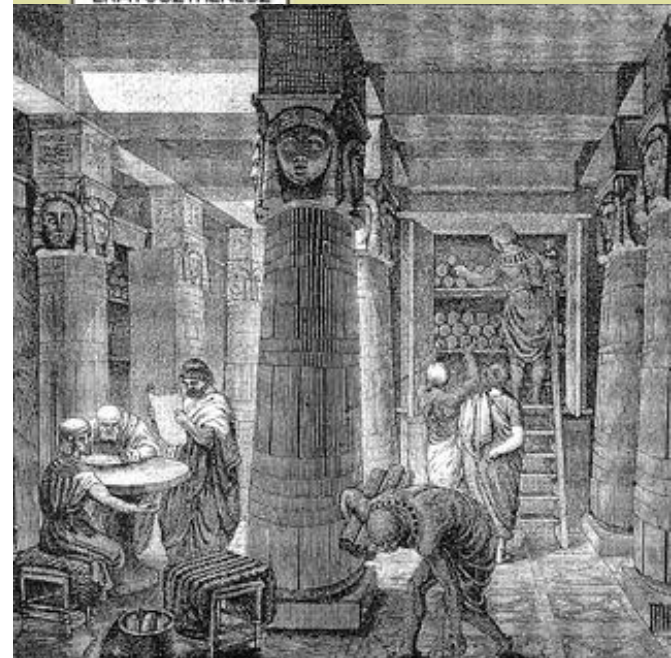
Görög csillagászat az alexandriai korszakban



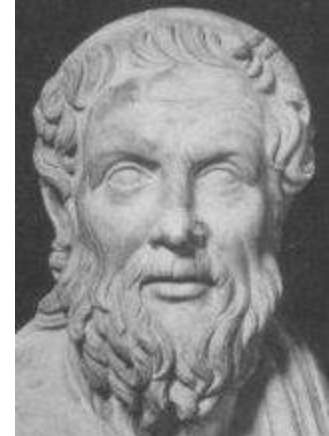
A csillagászat története 1.
2014. november 7

Az alexandriai korszak

- A várost Nagy Sándor alapította i.e. 332-ben
- A hellenisztikus világ központja több száz évig
- *Muszeion* – „Múzsák temploma”: az Akadémia mintájára filozófiai-tudományos intézet
- Sok tudós munkahelye: Eukleidész (itt tanított), Eratoszthenész, Arkhimédész (itt tanult), Hipparkhosz, Ptolemaiosz és még sokan mások
- Az ókor legnagyobb könyvtára volt itt (több százezer tekercs), mely híresen leégett
- Szemben a klasszikus korszakkal:
 - több érdeklődés a gyakorlatias, mérnöki jellegű tudományok iránt (pl. Hérón)
 - keleti hatások érvényesülnek (asztrológia, szám-centrikusabb és kevésbé elméleti matematika, észlelési hagyomány...)

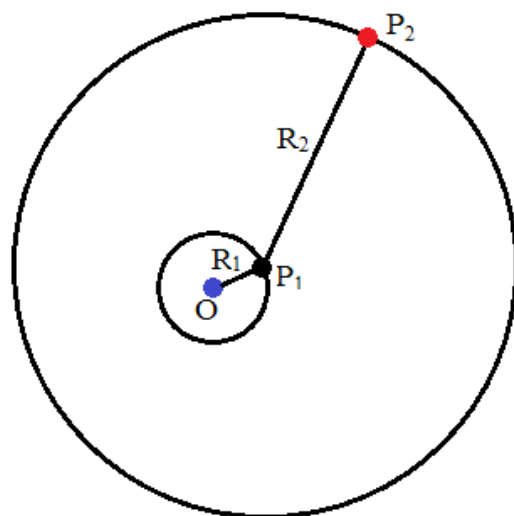


Apollóniosz



- I.e. kb. 262-190
- Leghíresebb munkája a *Kónika*: 7 könyvnyi mű (487 tétel) a kúpszeletekről, euklideszi geometriában tárgyalva
- Ő vezette be a késő-görög csillagászat legalapvetőbb geometriai technikáit:

Excenter

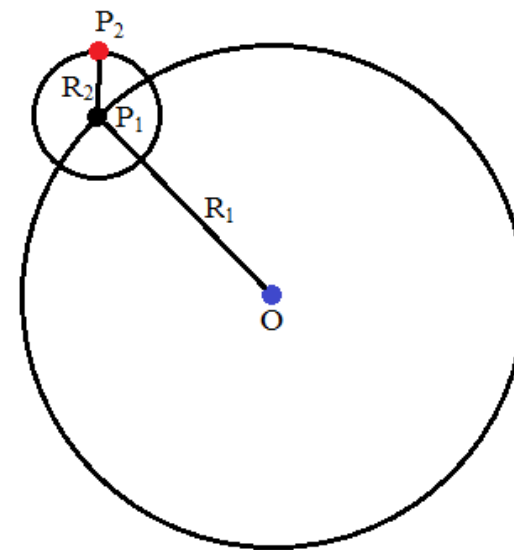


$$R_1 < R_2$$

O középpont körül
 R_1 sugarú körön
kering P_1 pont,
amely körül
 R_2 sugarú körön
kering P_2 pont

(O = a kp-i Föld,
 P_2 = a bolygó)

Epiciklus



$$R_1 > R_2$$

- Apollóniosz kimutatja: a kettő matematikailag ekvivalens (ugyanarra az eredményre vezet), ezért nem választ közülük
- Előnyök:
 - betartja a platóni programot: egyenletes körmozgások összetevődése
 - szemléletileg egyszerűbb a homocentrikus szférák elméleténél, mert csak síkban kell gondolkodni, nem térben (és a bolygómozgások is kb. síkban mennek végbe, az ekliptika mentén) – könnyebb ábrázolni
 - mivel itt az égitest távolsága nem állandó a Földtől, ezért számot tud adni a fényesség-változásokról (lásd később: jó ütemben)
- Hátrányok:
 - nem egyetlen kp-ja van a mozgásoknak, hanem több (→ kevésbé homogén a tárgyalásmód)
 - emiatt nem összeegyeztethető a szféraelmélettel: ha a körök szférákat képviselnek, akkor azoknak keresztezniük kellene egymást az epiciklus esetén → fizikailag nem értelmezhető

Hipparkhosz



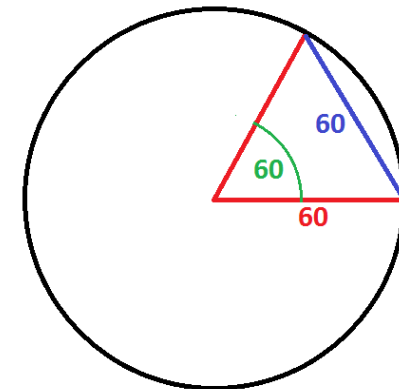
- Valamikor az i.e. 2. sz. (kb. -170 – -120?)
- Sajnos szinte semmi eredeti nem maradt fenn tőle (csak egy csillagászati vers kritikája), de szerencsére számos részletes visszaemlékezésből sok minden rekonstruálható
- Ezek alapján: Észleléseken alapuló matematikai csillagászat úttörője (babiloni forrásokra alapozva), az egyik legnagyobb hatású görög csillagász
- Átvette a babiloniaktól a 60-as számrendszert, a 60-as osztást ($1^\circ = 60'$, $1' = 60''$), és a kör 360° -ra való osztását

Ismétlés:

Vegyünk egy egységnyi ($1 \rightarrow 60$) sugarú kört.

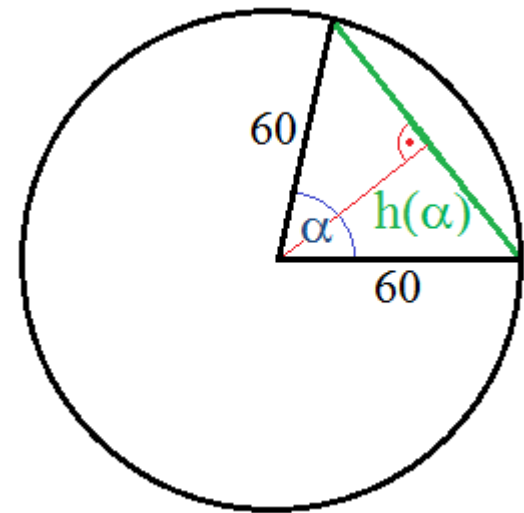
Mondjuk azt, hogy a szög is egységnyi (60) akkor, ha a hozzá tartozó húr egységnyi (60).

Így a teljes kör 360° -ra osztható.



- A görög **trigonometriai** hagyomány megteremtője
- Alapprobléma: mekkora húr tartozik egy adott középponti szöghöz?

- Mivel $\sin(\alpha/2) = (h(\alpha)/2)/60$,
ezért a kp-i szöghöz tartozó húr keresése
ekvivalens a szög feléhez tartozó szinusz-
érték keresésével



- A görög trigonometria tehát húrokat keres
egy derékszögű háromszög oldalárányai helyett
- Húrtáblázatok: adott értékű szögekhez megadja a
hozzá tartozó húrokat, táblázatba foglalva
- Az első ilyen táblázatot Hipparkhosz állította össze, de ennek csak a
Ptolemaiosz-féle pontosítása maradt fent: 0° -tól 180° -ig félfokként
kiszámolja a húrok hosszát ($\rightarrow 0^\circ$ -tól 90° -ig negyedfokként szinuszérték)
- Hipparkhosz kiinduló köre a beszámolók szerint 21 600 egységnyi kerületű
($\rightarrow 1$ ívperc 1 egység), és 7,5 fokként számolt húrértéket

- Kis kitérő: hogyan csinálhatta mindezt? Ptolemaiosz így:
- Ismert néhány alapszöghöz tartozó húr értéke:
Pl. 60° -hoz 60 a húr, 180° -hoz 120 a húr, 90° -hoz $\sqrt{2} \cdot 60$ a húr, stb.
- Geometriai tételek alapján lehet ezek közt műveleteket végezni, és ezek kombinálásával bármilyen szögérték húrja tetszőlegesen közelíthető

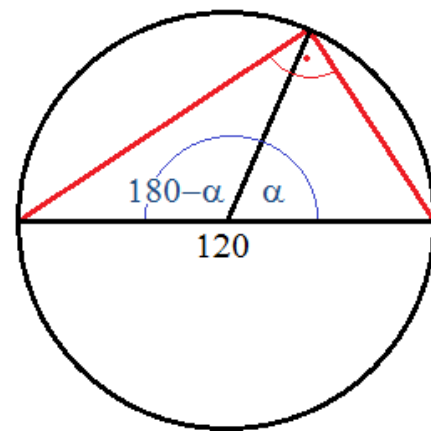
— Thalész + Püthagorasz-tétel a kiegészítő szög húrjára:

$$(h(\alpha))^2 + (h(180-\alpha))^2 = 120^2$$

ami az előző fólia alapján ekvivalens azzal, hogy

$$(\sin(\beta))^2 + (\cos(\beta))^2 = 1 \quad (\beta = \alpha/2)$$

$$(\text{mert } \cos(\beta) = \sin(90-\beta))$$



— Vagy Ptolemaiosz-tétel szögek különbségére:

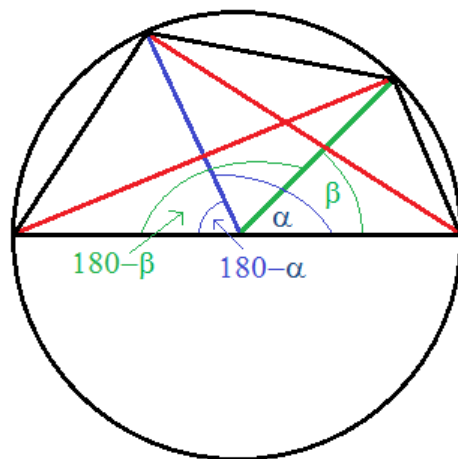
$$h(\alpha) \cdot h(180-\beta) = h(180-\alpha) \cdot h(\beta) + h(\alpha-\beta) \cdot 120$$

ami az előző fólia alapján ekvivalens azzal, hogy

$$\sin(\gamma-\delta) = \sin(\gamma) \cdot \cos(\delta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\delta)$$

$$(\text{ahol } \gamma = \alpha/2 \text{ és } \delta = \beta/2)$$

(tehát ha adott két szög húrja, akkor kiszámítható a különbségükhöz tartozó húr is)



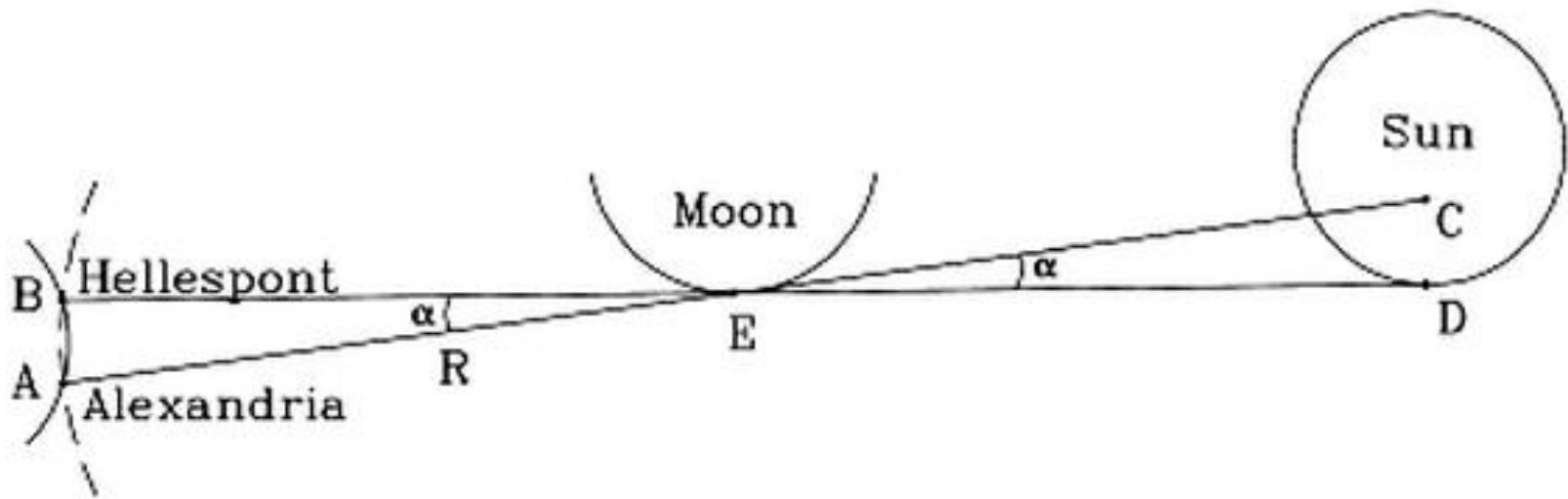
- Hipparkhosz az első görög, aki **csillagkatalógust** állított össze
- Ehhez szükség van:
 - a teljes (látható) égbolt csillagképekre való osztására (ebben elődje: Eudoxosz). Legalább 850 csillagot katalogizált.
 - valamilyen koordináta-rendszerre, amiben megadhatók a pozíciók. Valószínűleg ekliptikai KR-t használt, de ez keveredhetett az egyenlítőivel.
 - fényesség-adatra: kidolgozta a „magnitúdó” (= nagyság) fogalmát
1 mag.: legfényesebbek ... 6 mag.: leghalványabbak
(ma ennek pontosítását használjuk, egy logaritmikus skálára alapozva)
- A régebbi és a saját észlelések összevetésével felfedezte a *precesszió* jelenségét: a tavaszpont, azaz az ekliptika és az egyenlítő (egyik) metszéspontja lassan arrébb megy az égen, ezért a csillagok hosszúság-koordinátája változik, szerinte nem kevesebb, mint 1 fokkal évszázadonként
 - lehet, hogy a jelenséget már Arisztarkhosz is felfedezte
 - a valódi periódus $\sim 25\,920$ év / 360° , azaz $1,39^\circ$ évszázadonként
 - ennek valódi oka a földtengely „billegése” egy kúppalást mentén, de ezt a magyarázatot Kopernikuszig nem ismerték, csak magát a jelenséget



- Hipparkhosz készített egy éggömböt is, ami nem maradt fent
- ⇐ Farnese Atlasz: egy görög szobor márvány másolata az i.sz. 2. századból
- Néha (pl. 1898, 2005) felröppen a feltételezés, hogy ezt az éggömböt H. éggömbje alapján készítették
- De ezt a csill.történészek többnyire nem fogadják el

Első pontos, **kvantitatív modellek** a Nap és a Hold mozgásáról

- figyelembe vesz régi fogyatkozás-észleléseket, és ezek alapján hosszú periódusból visszaosztva állapítja meg a periódusokat
 - így meghatározta az év hosszát 6 perc pontossággal
 - a Hold ciklusát is viszonylag pontosan kiszámolta
- elképzelhető, hogy fogyatkozásokat is tudott előrejelezni, biztosan foglalkozott fogyatkozás-periódusokkal
- foglalkozott a Nap és a Hold távolságának kérdésével, illetve ezek Földtől mért távolságában bekövetkező változásaival
 - ehhez az epiciklusok és excenterek technikáját használta
 - megállapítja az ún. anomális hónap hosszát: ezzel a periódussal változik a Hold Földtől mért távolsága
 - felfedezi a Hold parallaxisát: eltérő helyekről kicsit más irányban látszik (különböző napfogyatkozás-beszámolók összevetésével)
 - ez alapján a Hold távolságát 71 és 81 Föld-sugár értékek közé teszi (valójában ez inkább 60)



A Hold távolságának meghatározása napfogyatkozás-megfigyelések alapján:

- Hellészpontoszból nézve teljes
- Alexandriából nézve a beszámolók szerint a Nap 4/5-ét takarja ki a Hold
- Feltéve, hogy a Nap gyakorlatilag végtelen távoli (nincs parallaxisa), a két város távolságát ismerve kijön az előző fólián megadott adat
- Bár a számítás pontos, de a beszámolók (4/5) nem, részben innen a hiba
- Később pontosítja, és egyre jobb értékeket kap (közelít a 60-hoz)

- Hipparkhosz csillagászati **műszereket** is használt



Asztrolábium: időpont ismeretében az égitestek helyzetét határozza meg – irányt és horizonttól mért magasságot (és fordítva: égitestek megfigyelésével az időpontot)

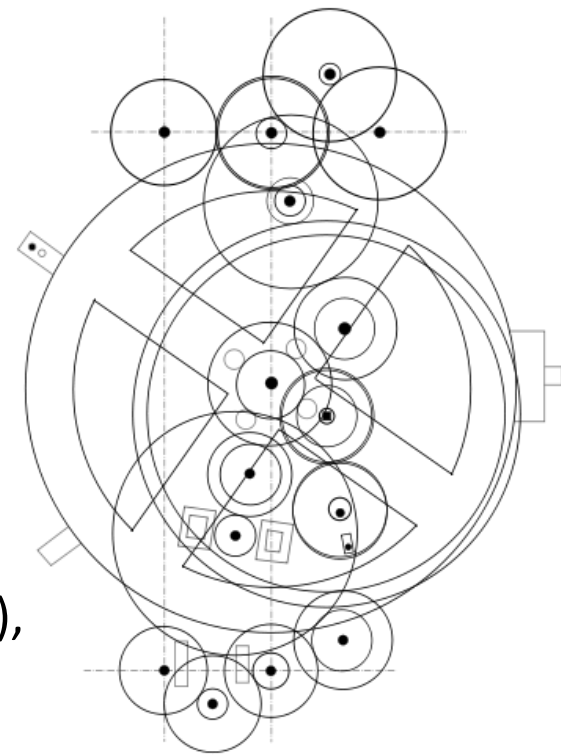


Armilláris szféra: egyfajta égbolt-modell, amellyel a legfőbb égik körök elhelyezkedése és az égitestek mozgása modellezhető

Kitérő:

Az antiküthériai szerkezet

- Egy 1900 körül, hajóroncson talált bronz-szerkezet
- I.e. 150-100 körülre datálható
- Igen komplex csillagászati műszer, analóg komputer
- Legalább 30 fogaskerék, a legnagyobb 14 cm átmérőjű és 223 fogat tartalmaz
- Mára nagyjából pontosan rekonstruálták (röntgen):
 - mutató jelölte a napot a görög és az egyiptomi naptár szerint (+ feliratok jeles eseményekre)
 - a Nap és a Hold pozícióját a zodiákus mentén
 - a Hold fázisát
 - fogyatkozások idejét
 - a bolygók helyzetét...
- A görögök igen magas szintű mérnöki reprezentációhoz köthették a matematikai modelleket (legalábbis ekkorra), de sajnos erről szinte semmit sem tudunk



Front Door Inscriptions

Front Door Inscriptions

Back Plate Inscriptions

Parapegna Inscriptions

Parapegna Inscriptions

Back Plate Inscriptions

Back Plate Inscriptions

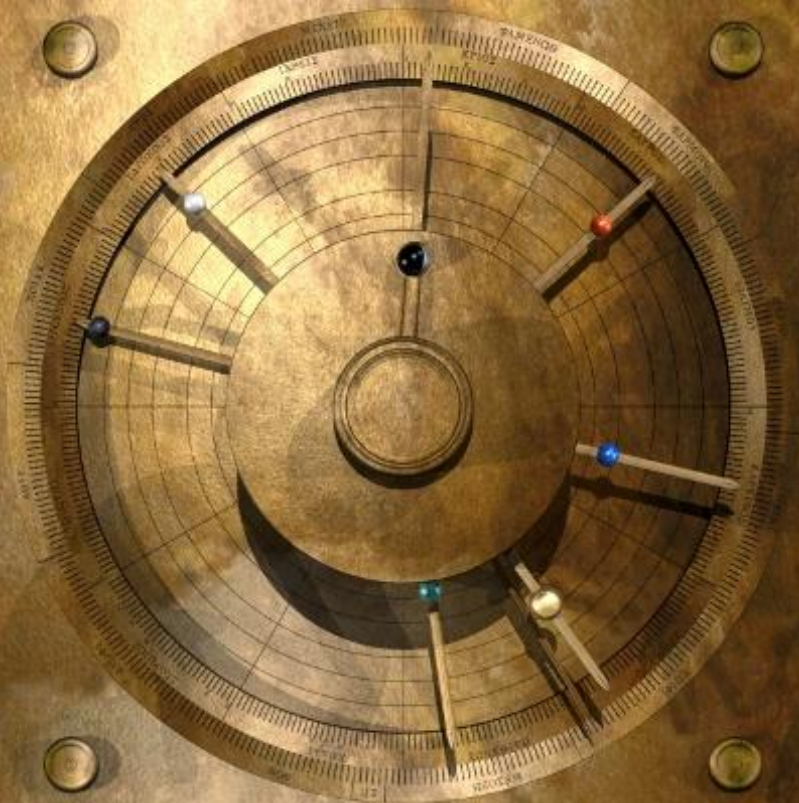
Parapegna Inscriptions

Parapegna Inscriptions

Back Plate Inscriptions

Back Door Inscriptions

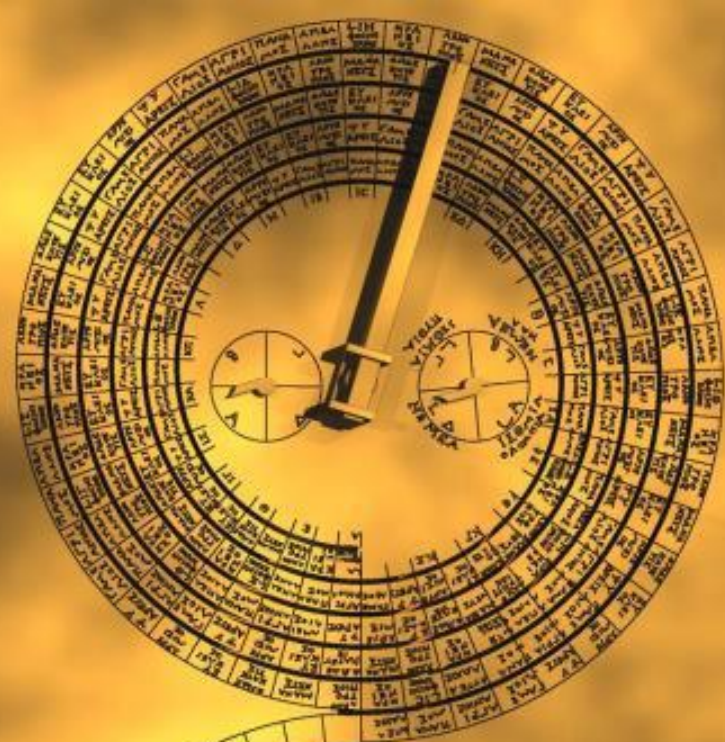
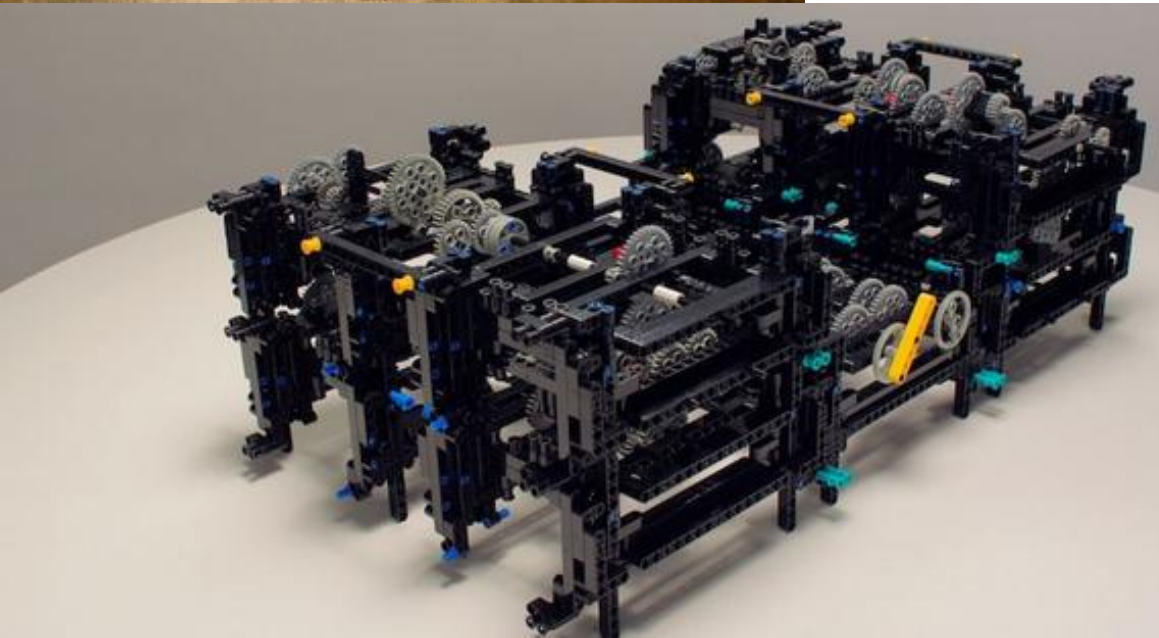
Back Door Inscriptions



← Az előlap
rekonstrukciója

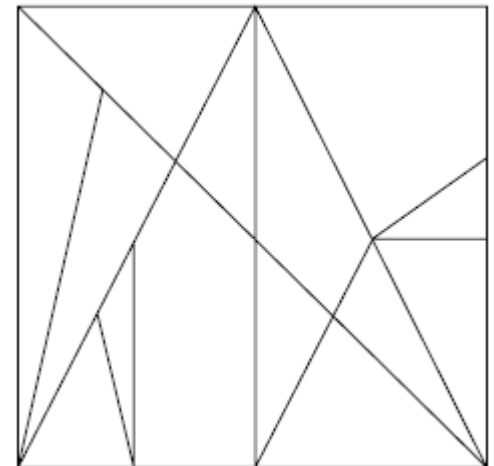
A hátlap ⇒
rekonstrukciója

A belső
mechanizmus
legó-modellje



Kitérő 2: Görög kombinatorika

- Plutarkhosz (i.sz. 1-2. sz.) leír egy vitát egy matematikus (Hipparkhosz) és egy filozófus (Khrüszipposz, a sztoikus logika megalapozója) között:
 - K. eldicsekedik, hogy az általa kitalált alapállításokat több, mint egymillió módon lehet összekombinálni. H. azt válaszolja, hogy nem, mert az a szám vagy 103 049, vagy 310 954, attól függően, hogyan érjük a kombinálást.
- Ezt sokáig egy értelmetlen sztorinak vették (K. előbb élt, mint H., nem élő vita)
- 1994: egy egyetemista észreveszi, hogy 103 049 éppen a 10. Schröder-szám
 - S-számok: pl. hányféleképpen zárójelezhető n db. egymást követő objektum
- 1997: egy matematikus kiszámolja, hogy 310 954 is jó megoldás a problémára
- 2003-ban felfedezik egy elveszett Arkhimédész-szöveg (Sztomakhion) első oldalát: hányféleképpen lehet 14 db adott geometriai idomot négyzetté összeilleszteni?
 - a válasz 17 152 (modern megoldások szerint)
- Volt görög kombinatorika, de nem tudjuk a részleteket
- És hány olyan oldala lehetett még a görög tudománynak, amire vonatkozóan ma már semmit sem tudunk?



Ptolemaiosz



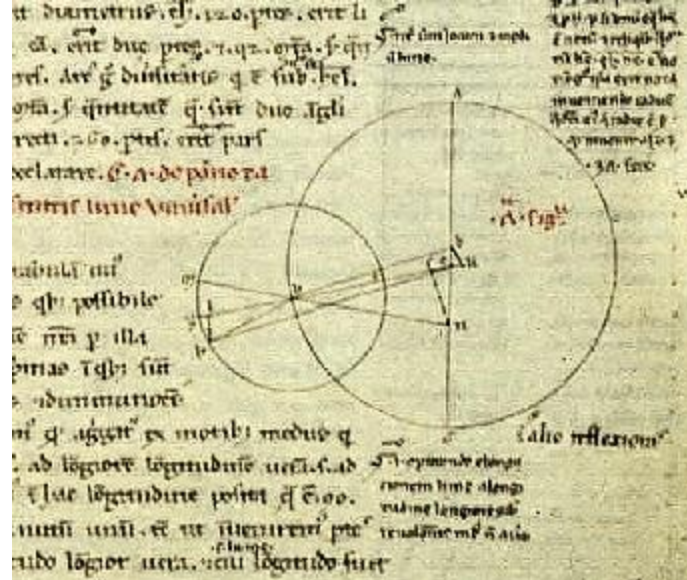
- I.sz. 2. sz., Alexandria
- Összefoglaló műveket írt, nagy rendszerező:
 - A csillagászat nagy matematikai összefoglalása (*Almagest*: a görög cím, „Megiszté szüntaxisz...” kezdő szavainak arabosított verziójából (Al Majisti) képzett latin kifejezés)
 - Bolygóhipotézisek: a kozmosz fizikailag elképzelt rendszere, szférák vastagsága (epiciklusok miatt), a világ méretei (távolságok a Földtől R_F -ben: H: 48; Me: 115; V: 622,5; N: 1210; Ma: 5040; J: 11 504; Sz: 17 026; *: 20e)
 - *Geographia*: a rómaiak világról alkotott tudásának földrajzi összefoglalása (a reneszánsz korig talán a legfontosabb földrajzi munka)
 - *Tetrabiblosz*: asztrológiai alapmunka, arisztoteléliánus kozmológiai alapokon (asztrológia-történetben u.o. fontos, mint az *Almagest* a csillagászatban)
 - *Harmonika*: arány- és zeneelméleti munka
 - *Optika*: fény, tükröződés, fénytörés, színek vizsgálata



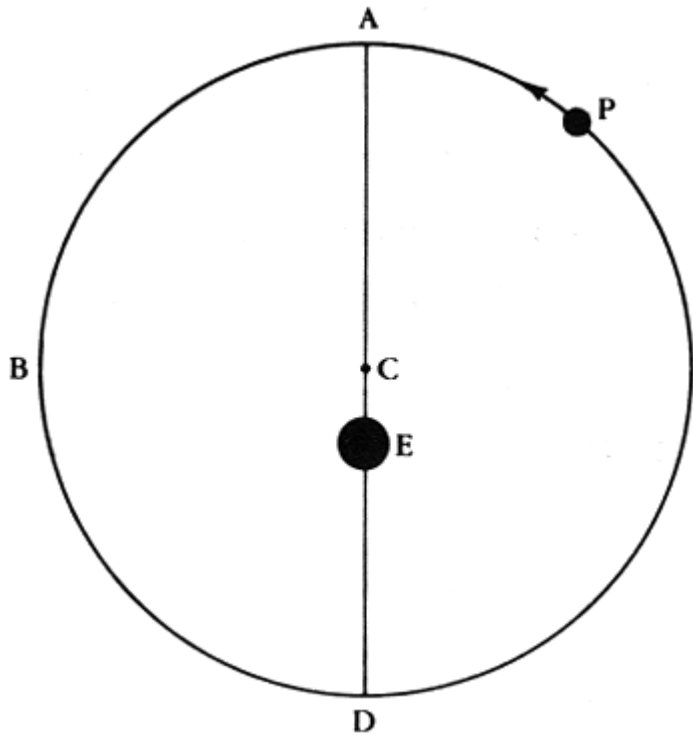
Ptolemaiosz világtérképének 15. sz-i ábrázolása

Az Almageszt

- I.sz. 150 körül
- Az egyetlen fennmaradt ókori átfogó csillagászati munka
- 13 könyvben fejt ki egy nagy rendszer részleteit (Ptol. egy-egy témát egységes rendszerben tárgyal)
- Az egyes égitestek mozgását külön-külön tárgyalja (deferens-kör sugara mindig 60), és nem fűzi össze kozmológiává (vs. Bolygóhipotézisek c. mű)
- Elődök (görög és babilóniai) észleléseire alapoz, kb. 800 évre visszamenőleg
- Tartalmaz kényelmes táblázatokot (pozíciók számításához), csillagkatalógust, a matematikai alapokat, részletes számításokat, útmutatót asztrolábium készítéséhez...
- A legfontosabb technikai csillagászati munka mintegy 1500 évig
- (Lásd még: a félév utolsó órája: részletes összevetés Kopernikusszal)

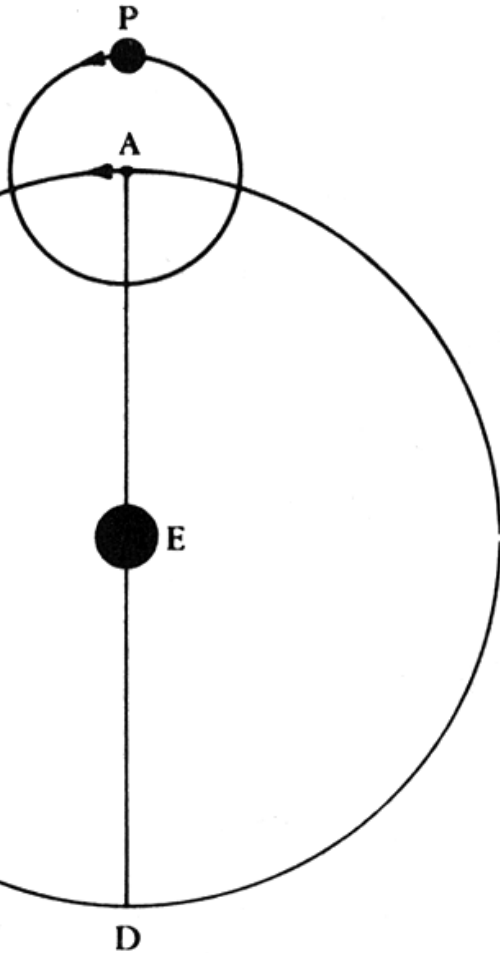


Matematikai eszközök 1: Az excenter



- Excentrum: szabályos körmozgás, de a megfigyelő (E) nem a középpontban van
- Excenter kör: a szabályos körmozgás kp-ja szabályosan kering a megfigyelő körül
- Bolygók extrentricitásai (ha a sugár 1):
 - Merkúr: 3;0 ($= 3 \cdot 60^{-1} + 0 \cdot 60^{-2} = 0,05$)
 - Vénusz: 1;15 ($\approx 0,021$)
 - Mars: 6;0 ($= 0,1$)
 - Jupiter: 2;24 ($= 0,04$)
 - Szaturnusz: 3;25 ($\approx 0,057$)
 - (Nap: 2;30 ($\approx 0,042$))

Matematikai eszközök 2: Az epiciklus



- Belső (nagyobb) kör: deferens-kör
- Külső (kisebb) kör: epiciklus-kör
- Bolygók epiciklus-körének sugarai (a deferens-kör sugara mindig 60) és a keringési idők arányai:

Bolygó	R_e	T_d/T_e
Merkúr	22;30	191/46
Vénusz	43;10	13/8
Mars	39;30	79/42
Jupiter	11;30	71/6
Szturnusz	6;30	59/2

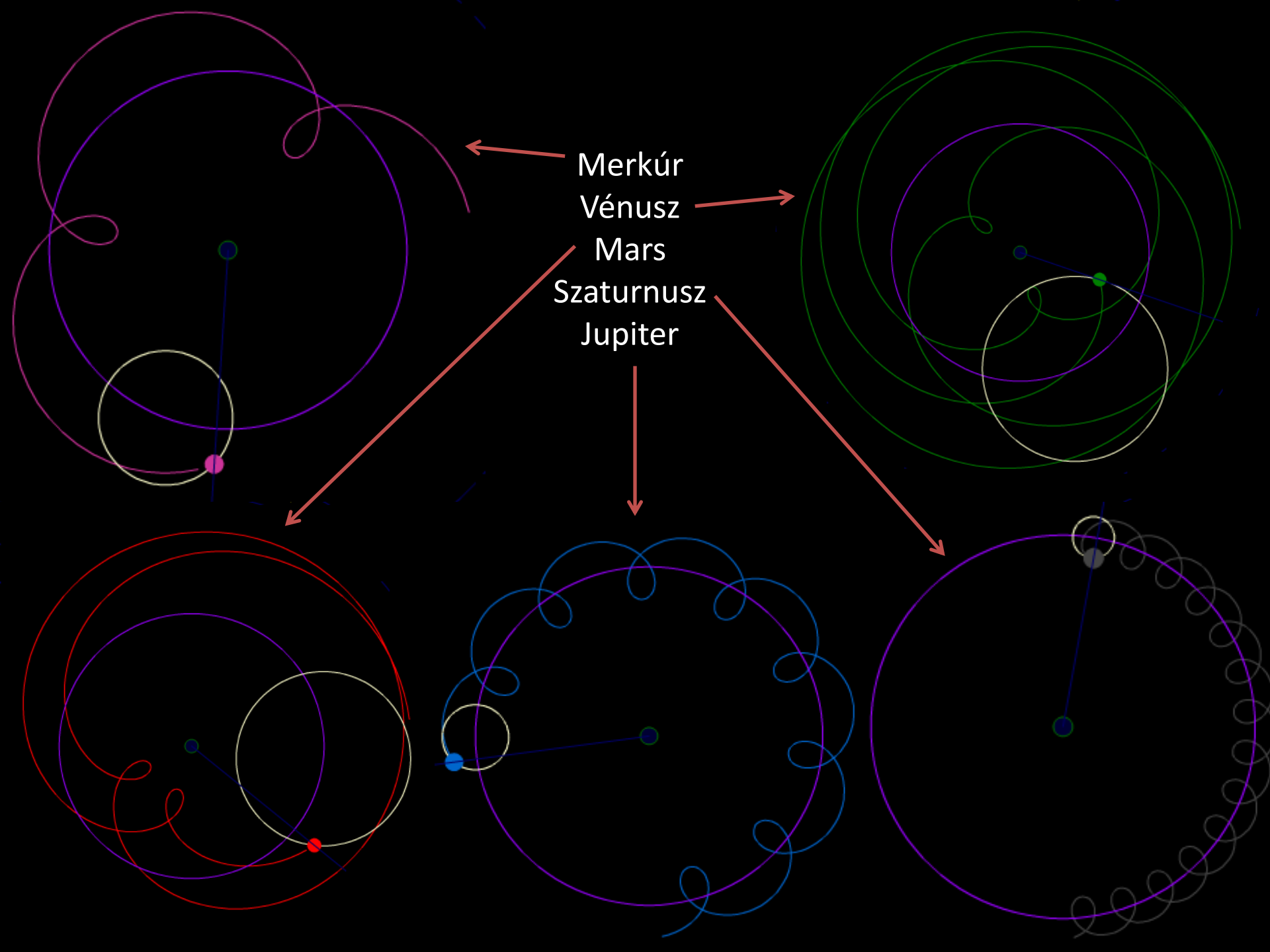
Merkúr

Vénusz

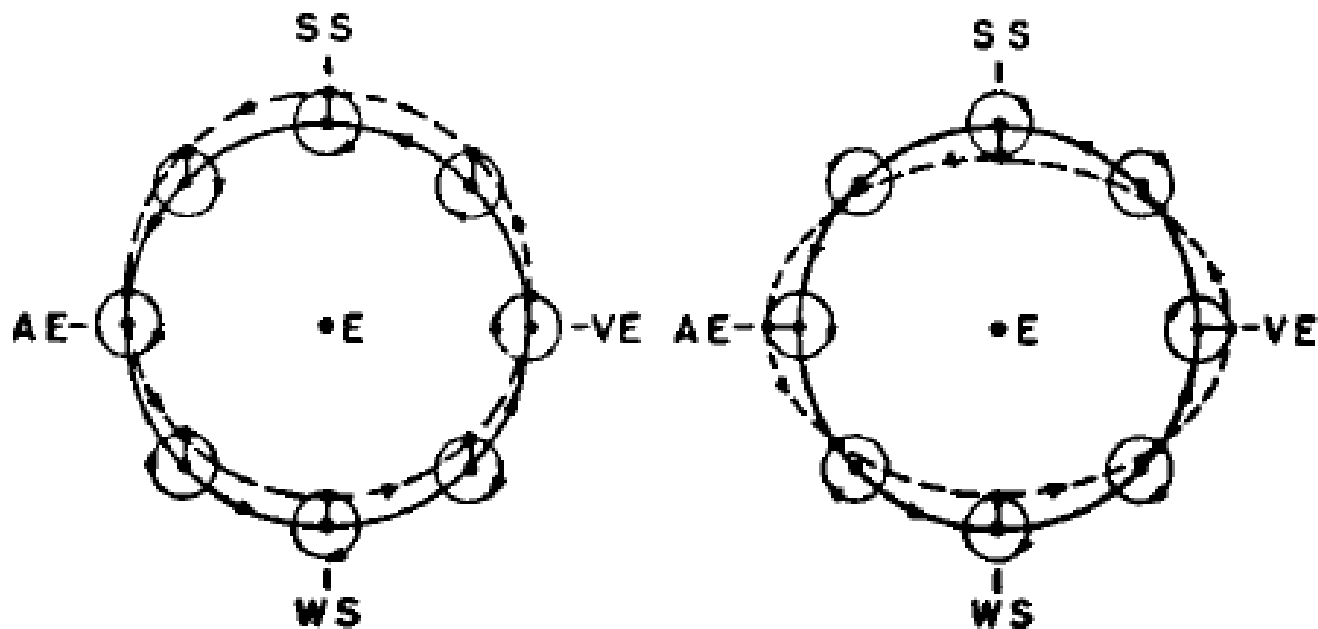
Mars

Szатурnusz

Jupiter

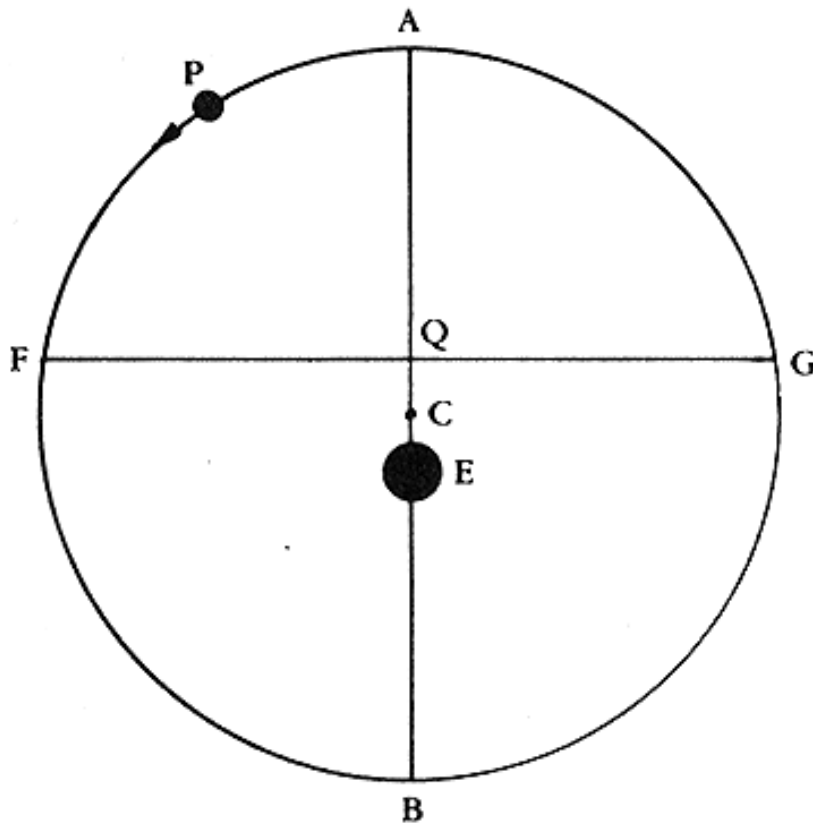


- Az epiciklusok fő funkciója: a bolygók hurkos mozgásának modellezése
- Mellékfunkciók:

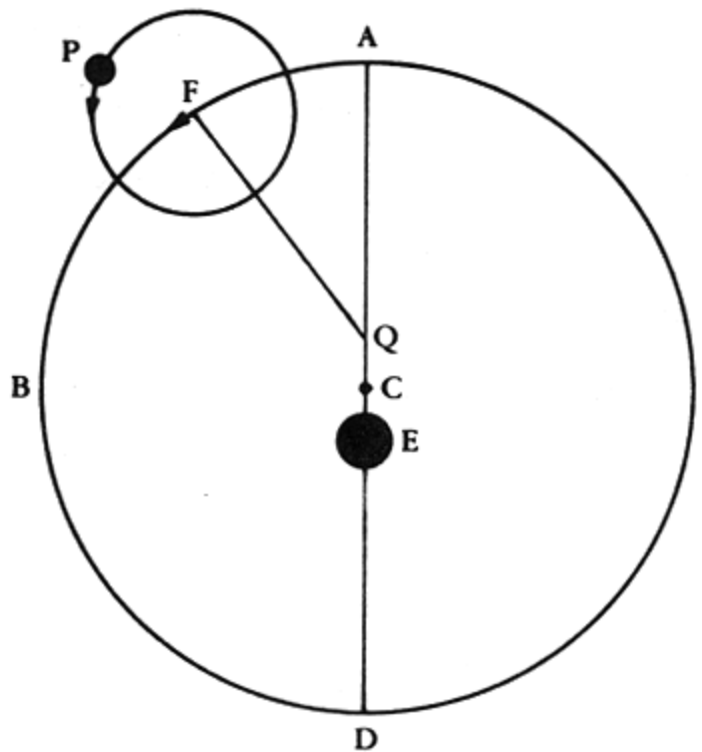


- A Nap és a Hold mozgásának pontosítására:
 - ha az epiciklus-kör nem forog, az eredmény egy eltolt kör (excentrum)
 - ha az epiciklus-kör ellentétesen, de azonos periódussal forog, mint a deferens-kör, az eredmény egy ellipszis
- Magyarázó animáció: <http://hps.elte.hu/~kutrovatz/bolygomozgas.swf>

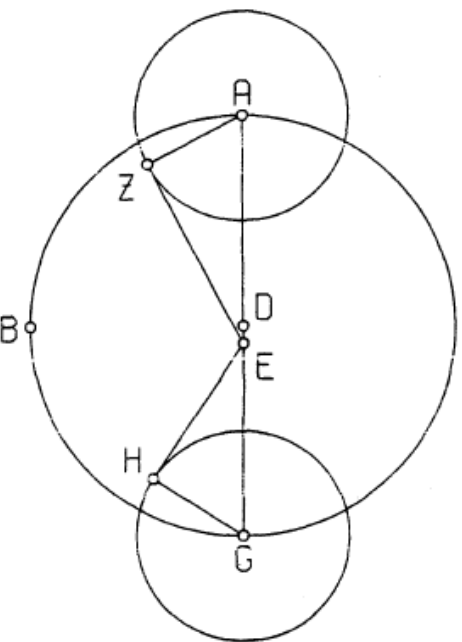
Matematikai eszközök 3: Az ekváns-pont



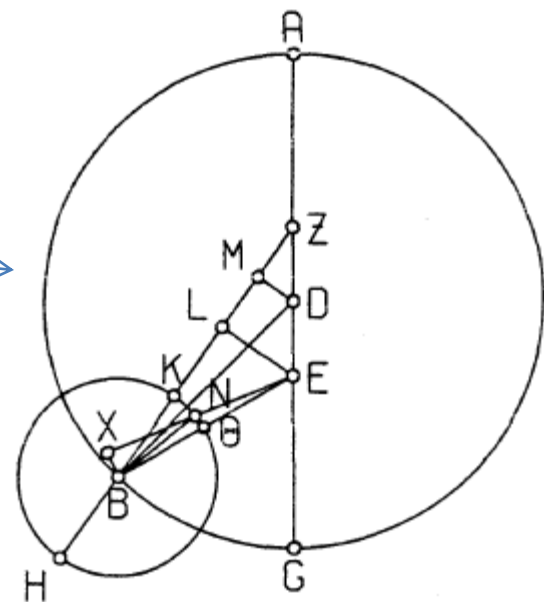
- Az ekváns-pont (Q) a deferens-kör kp-jának Földdel (E) átellenes közelében található (arra tükrözve)
- A mozgás a deferens-kör mentén nem egyenletes, hanem Q-ból tűnik egyenletesnek lenni (pl. FG szelő feletti és alatti idő egyenlő)
- Ezt Ptol. csak a bolygóknál használta, míg a másik kettőt a Napra és Holdra is
- Kopernikusz elvetette (a másik kettőt megtartva), mert szerinte méltatlan az égitestekhez: megsérti az egyenletes körmozgások elvét!



- A három matematikai eszköz együtt: a Földtől kimozdított kp-ú körön mozog az egyenletesen forgó epiciklus-kör úgy, hogy mozgása a Q pontból tűnik egyenletesnek lenni
- Az epiciklusok elsődleges funkciója a bolygómozgások hurkainak modellezése
- Az excenter felelős a körhöz képesti eltérésekért (lásd Kepler 1. törvénye)
- Az ekvans-pont felelős a nem egyenletes mozgásért (lásd Kepler 2. törvénye)



Illusztrációk: Ábrák a Vénusz és a Mars pályáinak meghatározásához



Néhány probléma

Bár ez az elmélet elég pontos, így sikeres paradigmát teremtett, de vannak bajok:

- Hold mozgása: akkora epiciklus-kört vezetett be, hogy a Holdnak egy kettes faktossal kellene változtatni látszólagos méretét, de ezt nem teszi
 - A sok paraméter (epi-körök sugara, periódusok, pályahajlások, stb.) teljesen *ad hoc* jellegű: azért ennyi, mert ezt a konkrét mozgást éppen ilyen geometriai szerkesztéssel lehetett visszaadni → „tákolmány”-jelleg
 - Ha összevetjük egymással az egyes égitestek mozgásait (amit az elmélet nem tesz, hiszen külön-külön tárgyalja őket), észrevehetünk érdekes párhuzamokat
 - belső bolygók (Me, V): epiciklus-körük kp-ja mindig a Nap irányában van (persze, mert körülötte keringenek, és itt ennek felel meg az epiciklus)
 - külső bolygók (Ma, J, Sz): az epiciklus-körük vezérsugara (ami a bolygóra mutat) mindig párhuzamos a Nap-Föld tengellyel (persze, mert ez a mozgáskomponens valójában a Föld keringésének felel meg itt)
- a Napnak kitüntetett szerepe van a rendszerben, ha rendszerként tekintjük