

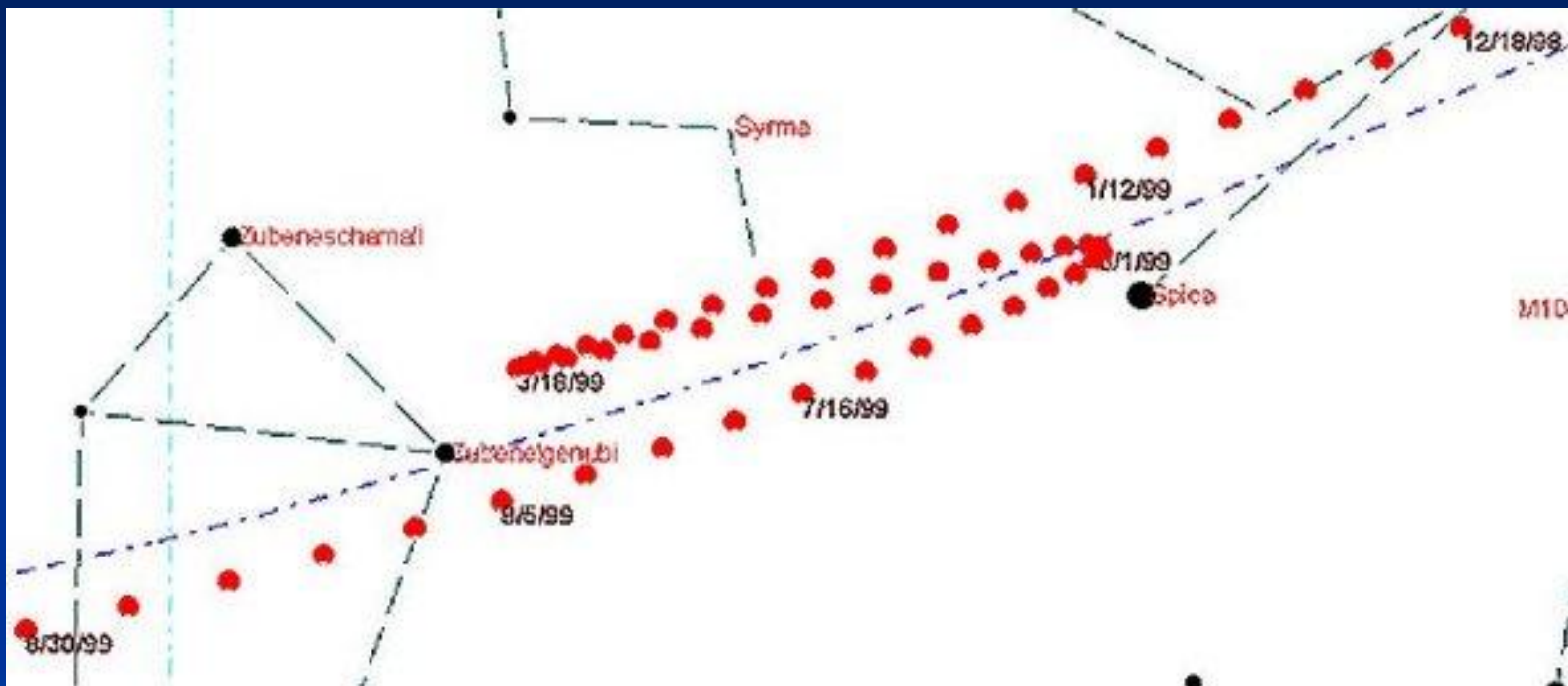
# Metaforák és képletes modellek a kora-modern csillagászatban: Kopernikusz és Kepler

Tudománytörténet és kommunikáció

2014. március 10.

# A bolygómozgás problémája:

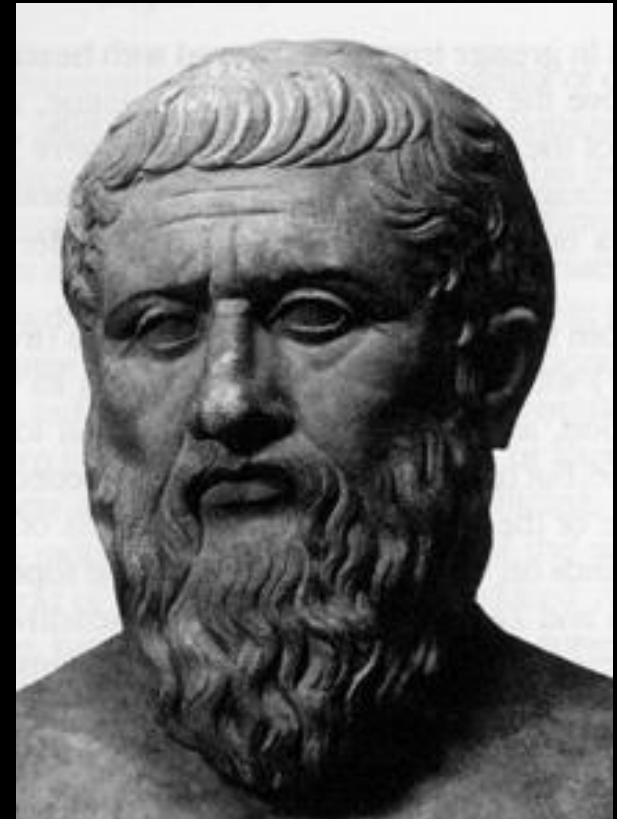
A Mars látszó pozíciói a csillagos ég háttérén (1998. dec. 18 – 1999. aug. 30)



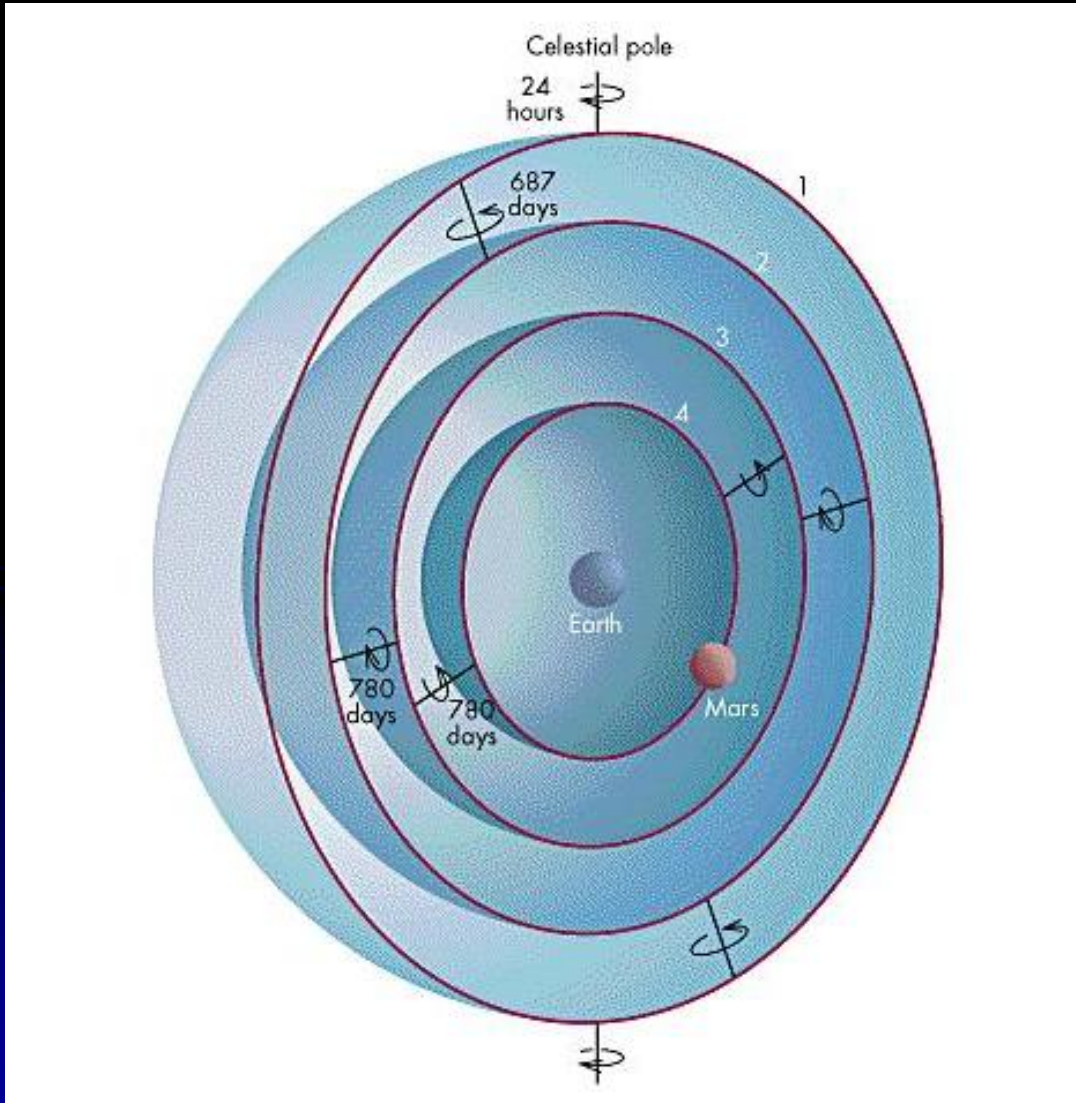
Milyen geometriai modellel írható le a bolygók „bolyongó” mozgása?

# A platóni Akadémia programja

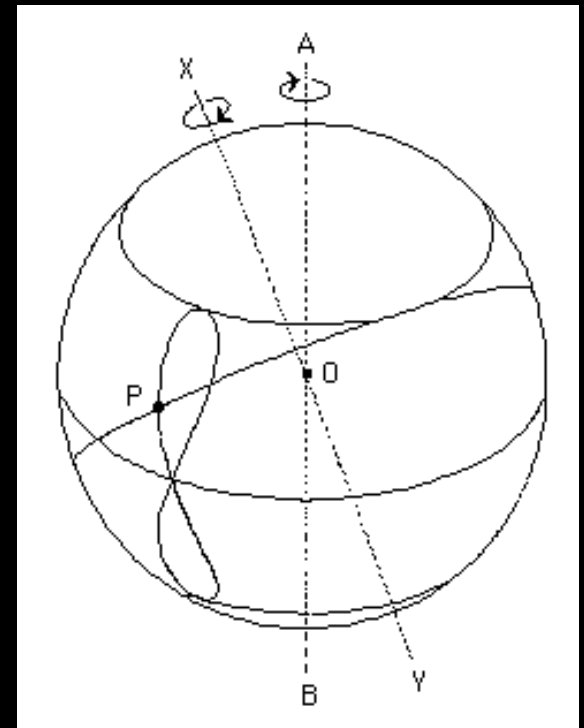
- Az égbolt tökéletességéhez csak a szabályos, egyenletes körmozgás méltó
- Feladat: szabályos körmozgásokból összerakni a látszólagos mozgást: modell
- A „jelenségek megőrzése”: a modell feladata az észlelt adatokkal való egyezés, nem a „valóság igaz leírása”



# Eudoxosz megoldása (i.e. 4. század)



Bolygónként 4 gömbhéj (szféra) forgásának eredője a mozgás. A belső kettő felelős a „hurkokért”:



Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.

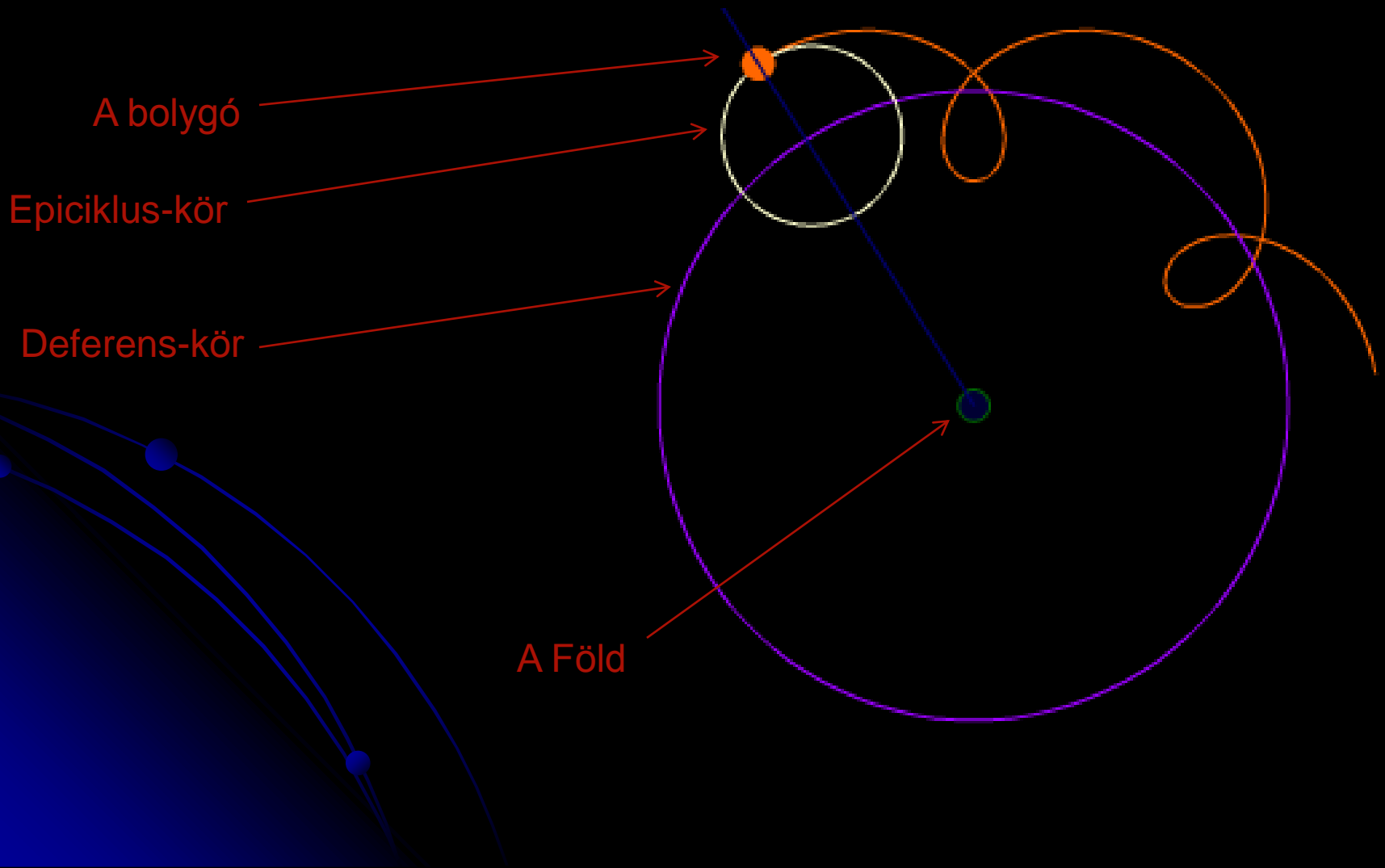


A kozmosz arisztotelianus-középkori szféra-modellje

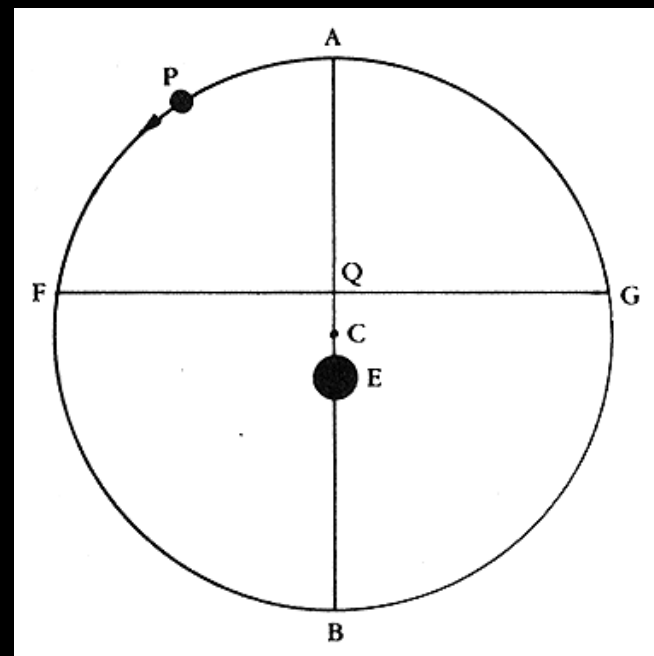
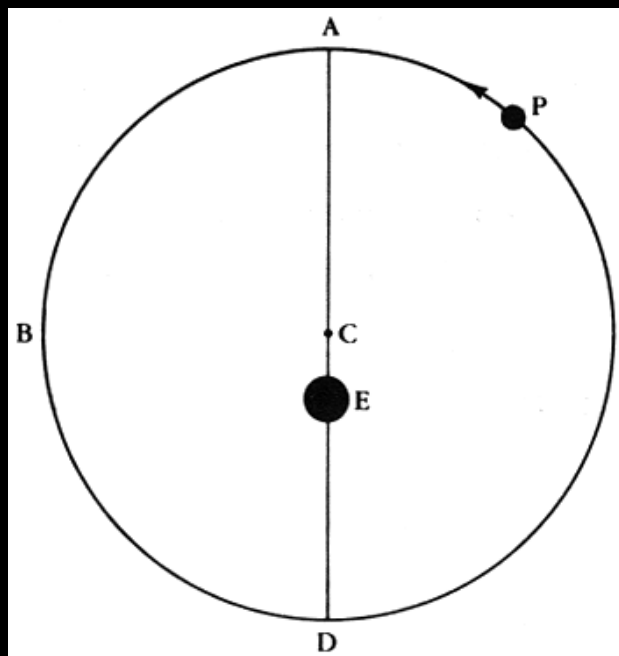
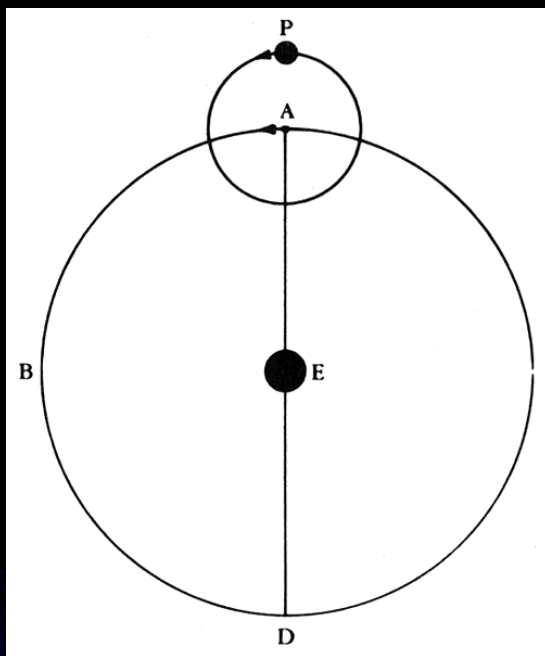
(Forrás: Petrus Apianus: *Cosmographia*, 1539)

Szféra: tökéletes anyagból (kristály v. folyadék), ami átlátszó, örökkévaló, romolhatatlan, megbonthatatlan, stb. (nincs minőségi vagy mennyiségi változás, nincs keletkezés és pusztulás, csak örök körmozgásra képes).

# Ptolemaiosz megoldása (i.sz. 2. század)



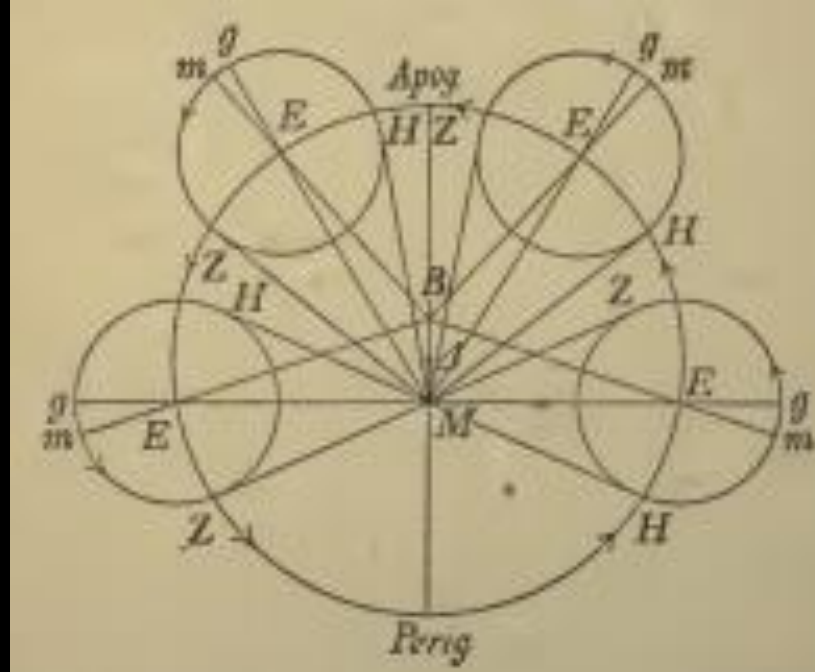
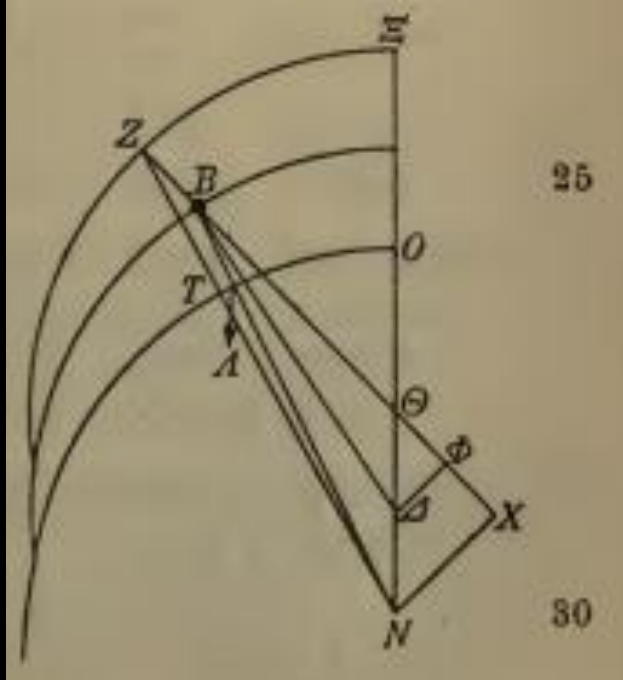
# Ptolemaiosz matematikai eszközei



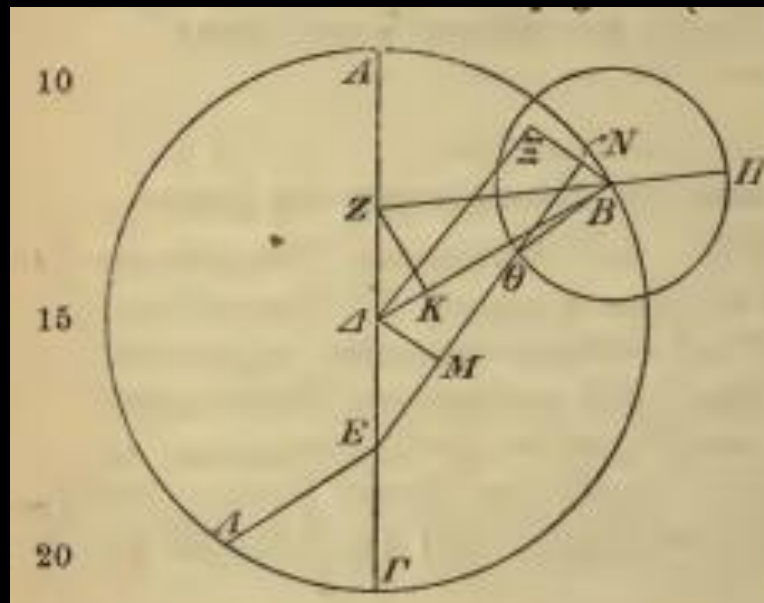
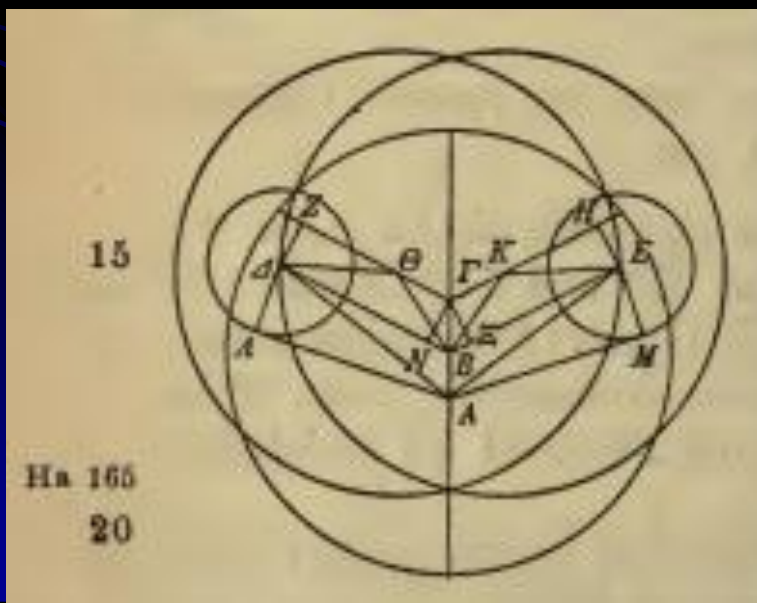
Epiciklus/Deferens kör:  
a nagyobb D körön  
mozog a kisebb E kör  
kp-ja (A), az eredő  
mozgás (P) hurkos  
keringés

Excenter kör: a D-kör  
kp-ja (C) nem esik  
egybe a Földdel (E), C  
keringhet E körül

Ekvánszont (Q): a D-  
körön a P pont mozgása  
nem egyenletes, hanem  
csak a Q pontból nézve  
tűnik egyenletesnek



Ábrák bolygópálya-számításhoz Ptolemaiosznál

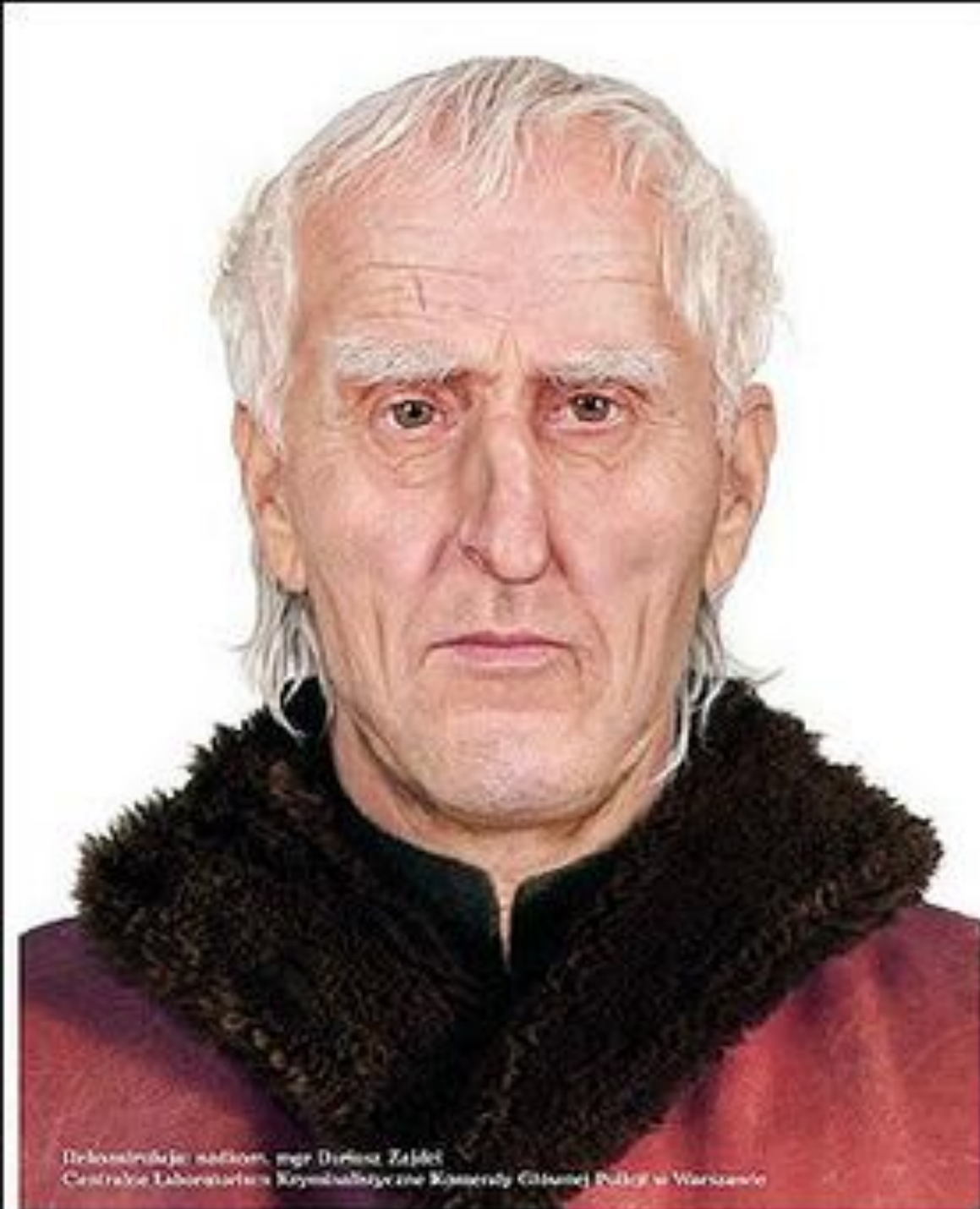




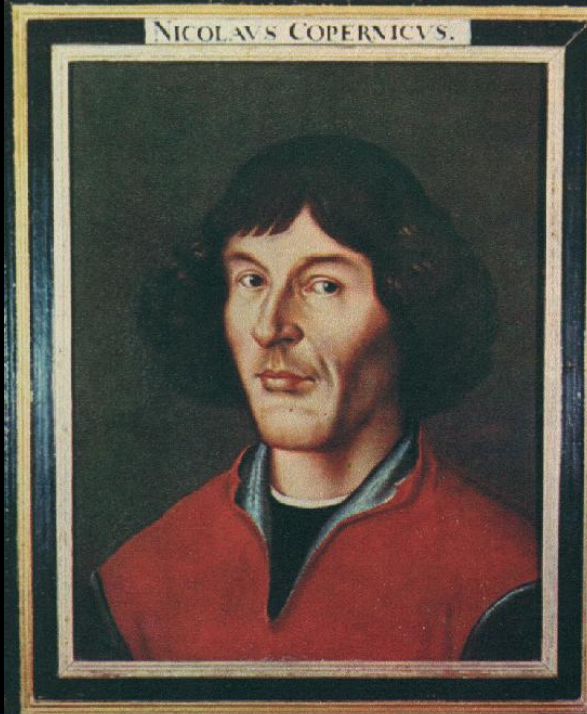
# Az „instrumentalista” pozíció

- A csillagászati modellek („hipotézis”) nem úgy írják le a dolgokat, ahogy azok vannak, hanem csak „megmentik a jelenségeket”
- „még ha ezek a hipotézisek lehetővé is teszik a jelenségek megmentését, akkor sem fontos, hogy igaznak mondjuk őket, mert a csillagokat illető jelenségeket talán más módon is meg lehetne menteni”  
(Aquinói Szent Tamás)





**Nicolaus  
Kopernikusz  
(1473-1543)**



# Kopernikusz obszervatóriuma és szobája



## Instrumentalizmus az Előszóban

- „A csillagász feladata az, hogy bonyolult megfigyelések révén egybegyűjtse az égi mozgások történetét, és ekkor – minthogy akárhogy érvel is, e mozgások valódi okait képtelen feltárni – kigondoljon vagy megszerkesszen tetszése szerint bármilyen hipotézist, amely alapján a mondott mozgások kiszámíthatók a geometria elveit követve mind a múltra, mind a jövőre. Művészete mindkét területre kiterjed, hiszen hipotéziseinek nem szükséges igaznak lenniük, vagy akár valószínűnek, hanem elegendő olyan számításokkal szolgálniuk, amelyek egyeznek a megfigyelésekkel...”

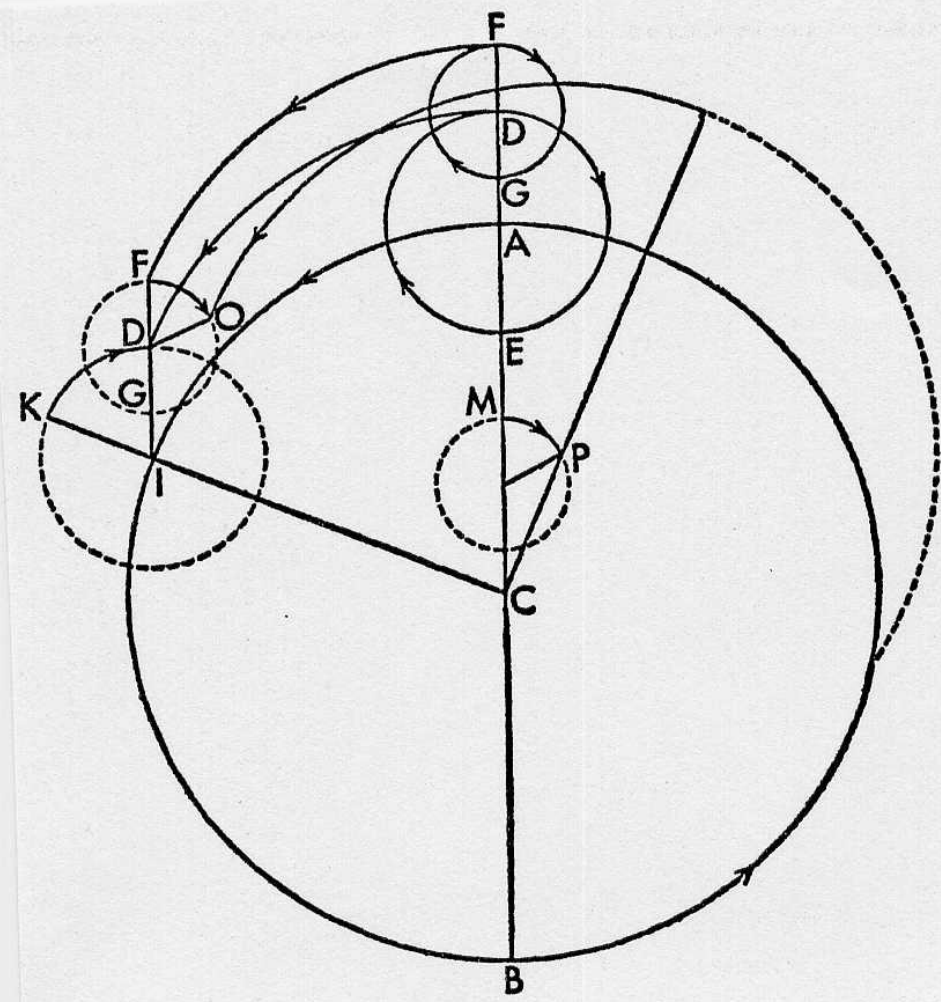
(1543, *De Revolutionibus*. a szöveg forrása: Andreas Osiander)

# A „szép” és a „csúnya” kopernikuszi modell

ratiōne salua manēte, nemo em̄ cōmentitōre allegabit  
 ꝛ ut magnitudinē ordinū multitudine ipse metatur, ordo spha-  
 rarum sequitur in hunc modū: a sumo capientes intemū.  
 prima et summa omnium est stellarum  
 fixarum sphaera septima  
 et omnia continēs



aliqui:  
 in deducione motus terrestris assignabimus causam. Sequitur  
 errantium primus Saturnus: qui xxx annos suū complet circuitū  
 itū post hunc Iupiter duodecimā huiusmodi revolutionis mobilis. Demum  
 Mars vultū qui biennio circuit. Quartū in ordinē ānna revolu-  
 tio huiusmodi optinet: in quo terra cum orbe Lunari tamē spūaliū  
 contineri dicimus. Quinto loco Venus nono mense rediūbitur



# Kopernikusz a *De revolutionibus* előszavában:

## A ptolemaioszi csillagászat művelőiről:

„Arra sem voltak képesek, hogy felfedezzék vagy levezessék a *legfontosabb belátást*, vagyis az univerzum szerkezetét és részeinek valódi *szimmetriáját*. Ellenben pontosan úgy jártak el, mint aki különböző helyekről vesz kezeket, lábakat, fejet és más részeket, melyek gyönyörűen vannak ugyan megformálva, de nem ugyanahhoz a testhez tartoznak és így nem felelnek meg egymásnak – az ilyenekből inkább egy szörnyet, semmint embert lehet összeállítani.”

# A „szimmetria”-fogalom története

- *Szün + metria*: együtt-mérhetőség, összemérhetőség
- Püthagoreus matematika
- Marcus *Vitruvius* Pollio (római építész, i.e. 1. sz.):

„A szimmetria egy mű részeinek megfelelő elrendezése, valamint a részeknek és általában az egésznek a viszonya, egy bizonyos részhez mint mércéhez képest. Így például az emberi testben egyfajta szimmetrikus harmónia áll fenn az alkar, a láb, a tenyér, az ujj és egyéb kis részek között; és ugyanez a helyzet a tökéletes épületekkel is.”

(*Tíz könyv az építészetről*)

„Az arány a teljes mű részeinek mértékei közti, illetve az egész és egy mércéül szolgáló része közti megfelelés. Ebből származnak a szimmetria elvei.”

(Ugyanott, a templomépítés alapelveiről)

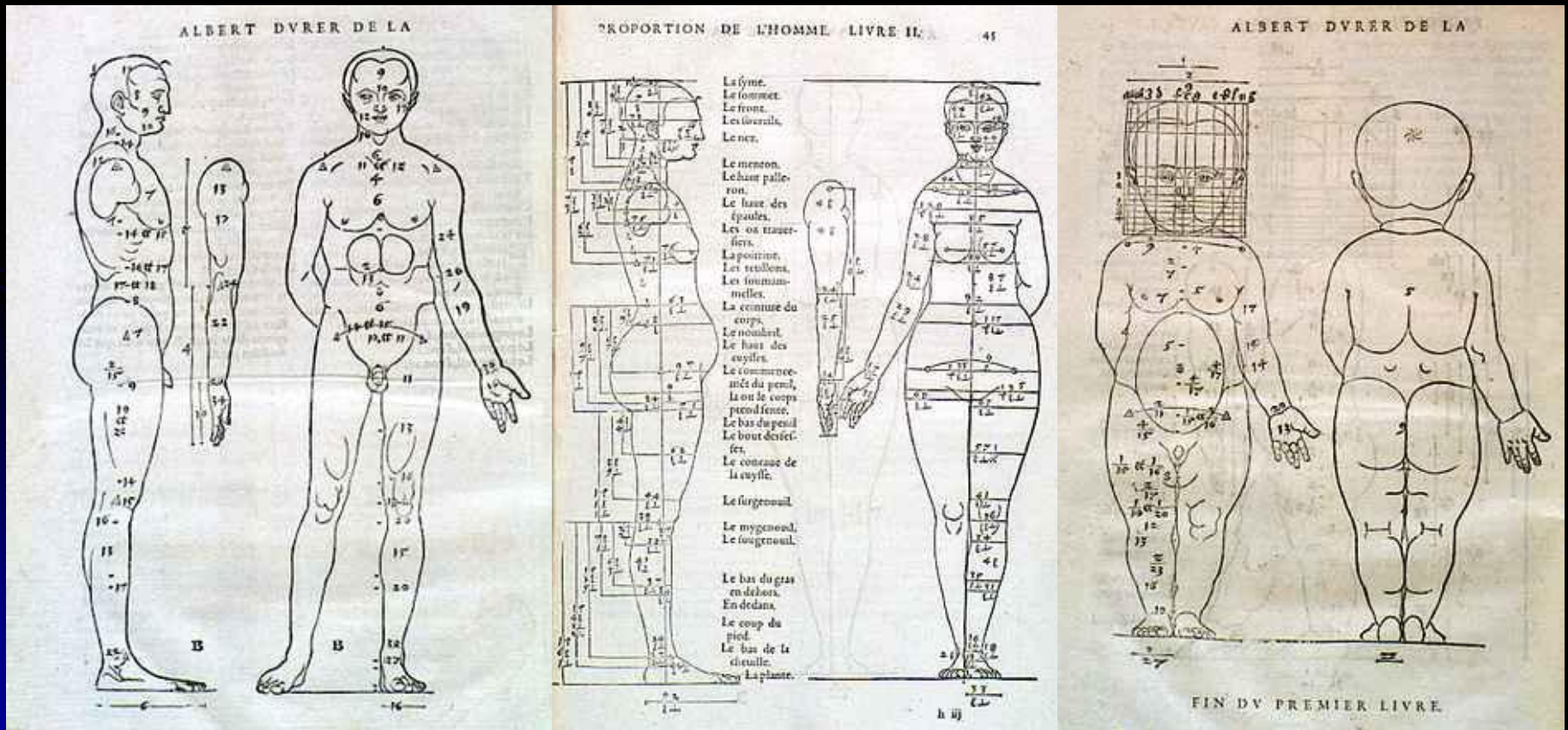




# Szimmetria a reneszánsz korban 2: Dürer

„Mindenek felett meg kell találnunk a részek legbiztosabb és legmegfelelőbb közös mértékét. Ha ez sikerült, akkor kitartóan és állhatatosan követve ennek rendjét megformálhatjuk az egyes részeket, kicsiket és nagyokat, a szépség megragadásával közeledve a tökéletességhez.”

(Dürer: *Quatre livres sur la proportion*)



# Mi a szörny?

- „örömmre szolgálna, ha tartózkodna a monstrózus (szörnyszerű) dolgoktól, mint amilyen a hosszú lábak és a rövid törzs kombinációja, vagy hosszú karok a keskeny mellkas mellett...”

(Leonardo)
- „Őszintén óhajtjuk, hogy a részek arányosak legyenek egymással, nem pedig rosszul és esztelenül összedobálva”

(Dürer)
- „pontosan úgy jártak el, mint aki különböző helyekről vesz kezeket, lábakat, fejet és más részeket, melyek gyönyörűen vannak ugyan megformálva, de nem ugyanahhoz a testhez tartoznak és így nem felelnek meg egymásnak – az ilyenekből inkább egy szörnyet, semmint embert lehet összeállítani.”

(Kopernikusz)

# Szörnyek Hieronymus Bosch ábrázolásában

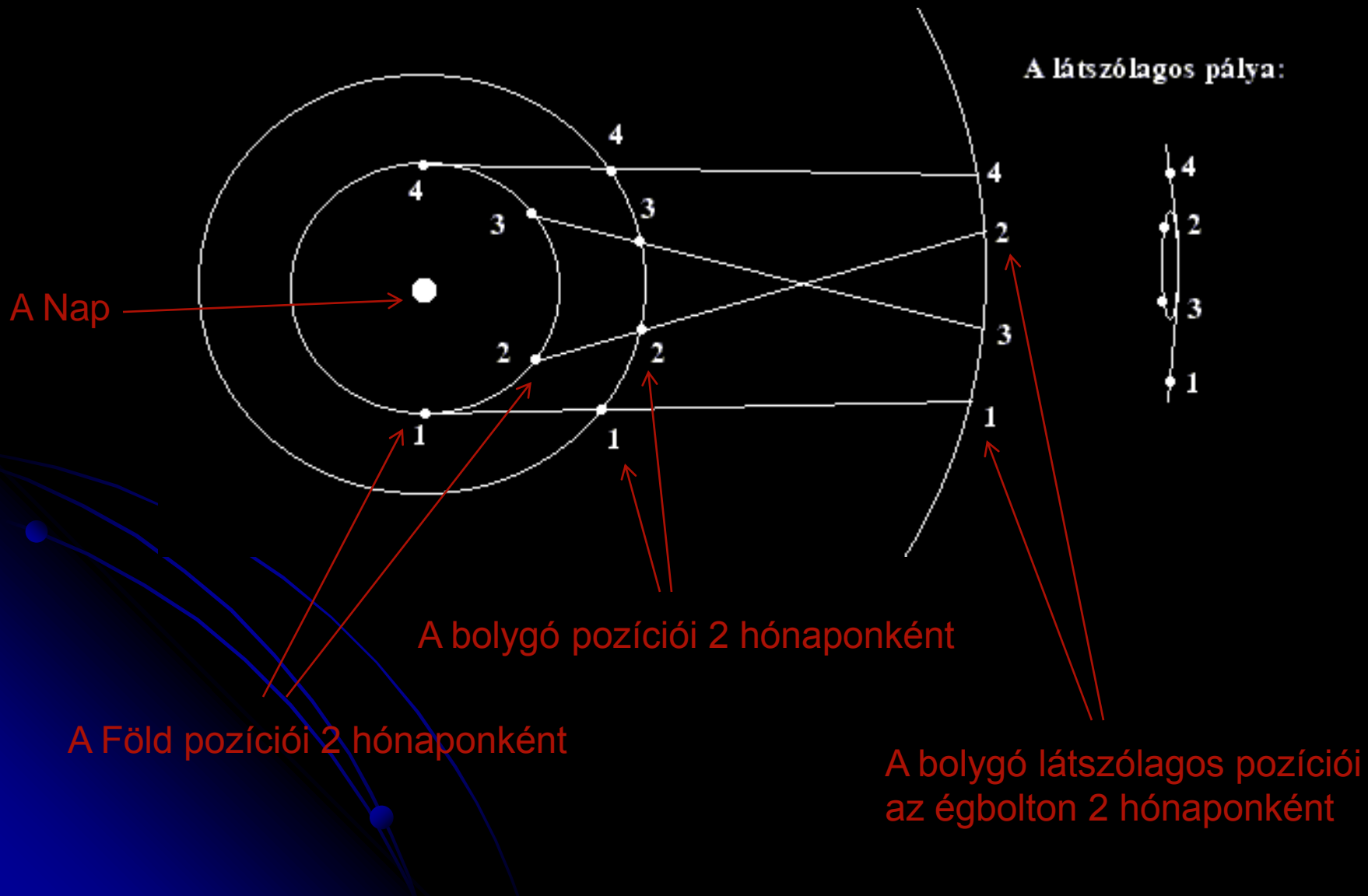


# A kopernikuszi szimmetria valódi értelme

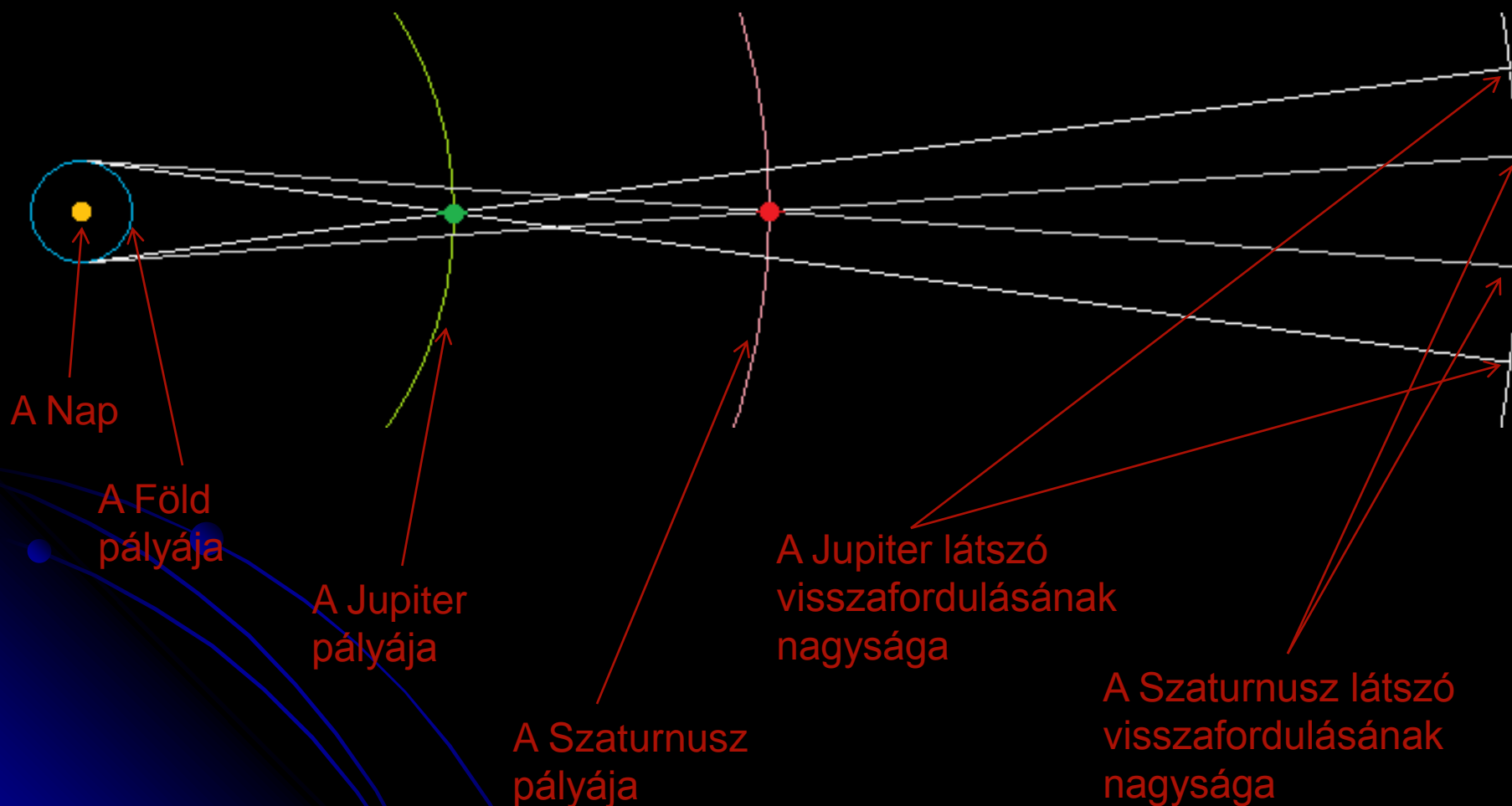
„A rendezettség mögött tehát a kozmosz csodálatos *szimmetriája* rejtőzik. Tiszta harmónia uralkodik a szférák mozgásában és méretében, mely másképpen fel sem fogható. Így ugyanis érthetjük, miért nagyobb a Jupiter progressziója és retrogressziója, mint a Szaturnuszé, ám kisebb, mint a Marsé (...) valamint azt is látjuk, hogy az ilyen oszcillációk miért gyakoribbak a Szaturnusznál, mint a Jupiternél (...) továbbá, hogy a Szaturnusz, a Jupiter és a Mars miért vannak közelebb a Földhöz, amikor oppozícióban állnak a Nappal, mint amikor elvesznek a Nap sugarai közt s majd újra előbukkannak onnan. (...) Mindezen jelenségek ugyanazon okból következnek, vagyis a Föld mozgásából.”

(*De revolutionibus*, I/10)

# A hurkos mozgás magyarázata (külső bolygókra)

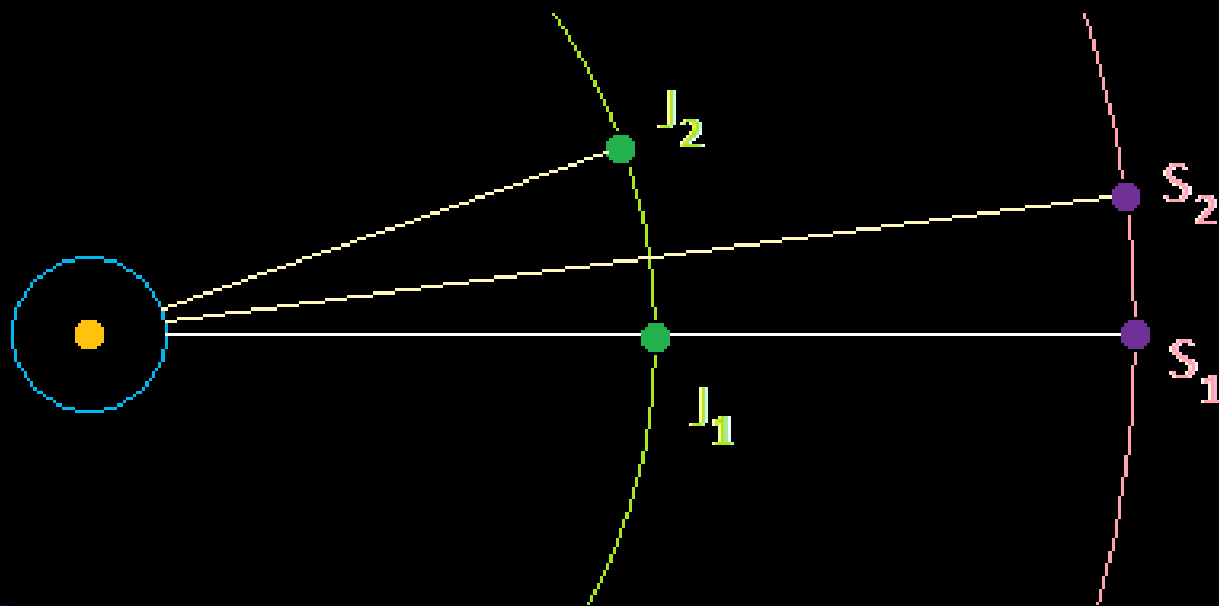


„miért nagyobb a Jupiter progressziója és retrogressziója, mint a Szaturnuszé”



(Megjegyzés: Ha figyelembe vesszük a bolygók haladását, a különbség még nagyobbá válik.)

„az ilyen oszcillációk miért gyakoribbak a Szaturnusznál, mint a Jupiternél”



$T_0$ : A Föld, a Jupiter ( $J_1$ ) és a Szaturnusz ( $S_1$ ) egy vonalban áll.

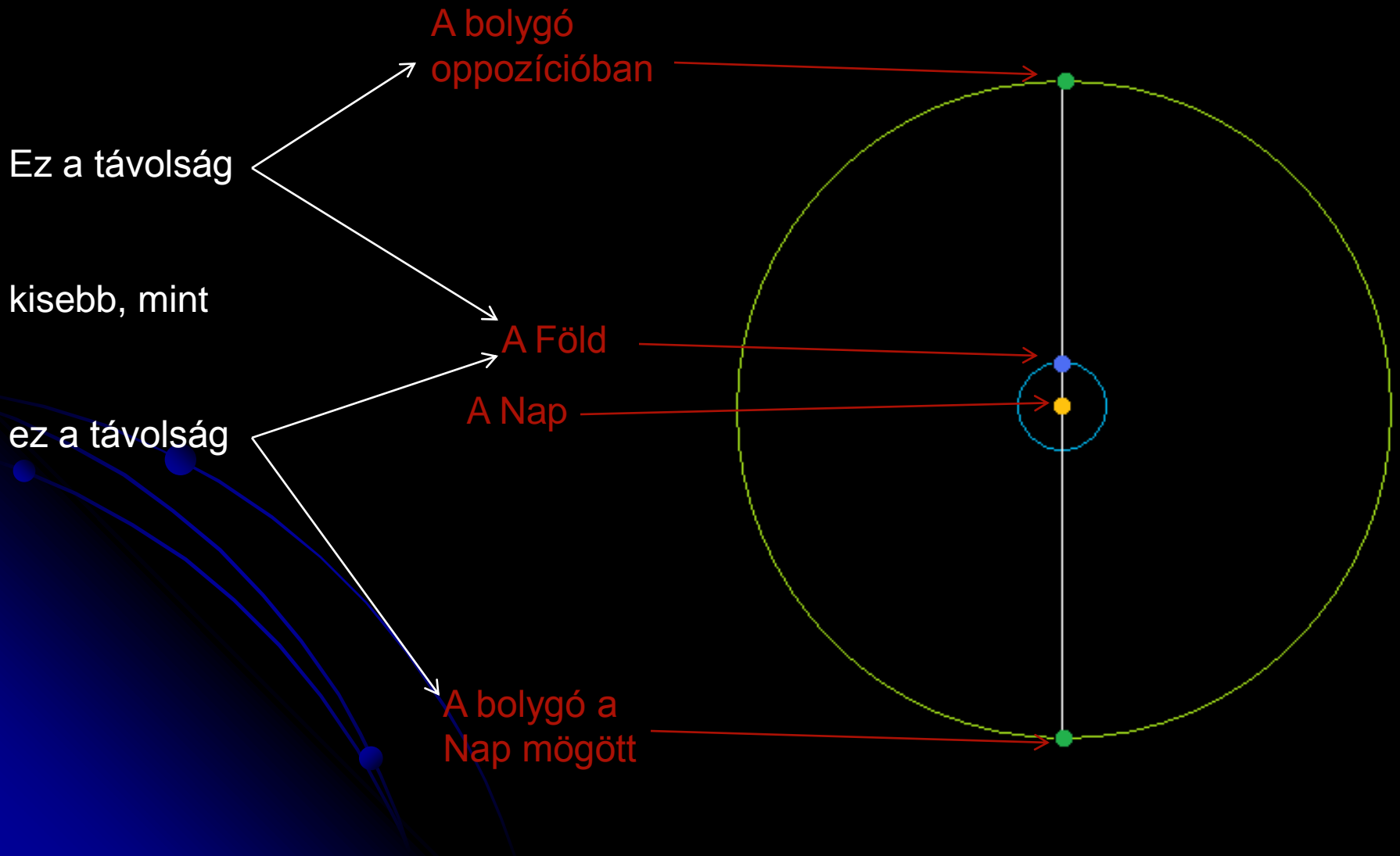
$T_1$ : Mire a Föld egyszer megkerüli a Napot, mindkét bolygó elmozdult a pályáján. A Föld először a Szaturnusszal ( $S_2$ ) kerül egy vonalba.

$T_2$ : Ezután kerül egy vonalba a Jupiterrel ( $J_2$ ).

(Minden egy vonalba kerülés egy visszafordulási hurok középpontja.)



„a Szaturnusz, a Jupiter és a Mars miért vannak közelebb a Földhöz, amikor oppozícióban állnak a Nappal, mint amikor elvesznek a Nap sugarai közt”



## Miért a Nap van a középpontban?

„Mindenek közepén pedig ott trónol a Nap. Vajon lehetne-e jobb helyen ahhoz, hogy e gyönyörű *templom* minden zugát egyszerre beragyogja? Jogosan nevezik őt Lámpásnak, vagy mások a Világ Értelmének, vagy megint mások a Világ Urának. Hermész Triszmegisztosz a Látható Istennek nevezi, Szophoklész Élektrája pedig a Mindent-Látónak. Királyi trónján ül a Nap, és onnan uralja gyermekeit, a bolygókat, melyek körülötte járnak.”

*(De revolutionibus, I/10)*

- A Nap mint Isten metaforája hosszú múltra tekint vissza: Platón, Plinius, Ficino (neoplatonikus tradíció),

„A Jó természetét semmi sem mutatja jobban, mint a fény. Először, az érzékelhető testek közül a fény a legragyogóbb és legtisztább. Másodszor, semmi sem terjed olyan könnyen, gyorsan és ilyen messzire. Harmadszor, mint egy simnogatás, a fény finoman és határtalanul hatol át mindenben. Negyedszer, a fényt kísérő hő táplál és ápol mindent, és ő az egyetemes létrehozó és mozgató. (...) Nézzetek fel az égre, ti mind, a mennyei atya hívői! (...) Magát az Istent jelenti ott a Nap, és vajon ki merné állítani, hogy a Nap hamis?

(Ficino)

- majd folytatódik: Kepler, Galilei...

„A Nap a fény forrása, a termékeny hő háza, szépséges, tiszta, színtelen, a bolygók királya mozgásukban, a világ szíve hatalmában, a világ szeme szépségében, és az egyetlen méltó hely a Magasságos Isten számára, ha az anyagi világunkban keresne helyet magának, hogy ott lakozzék áldott angyalaival...”

(Kepler)

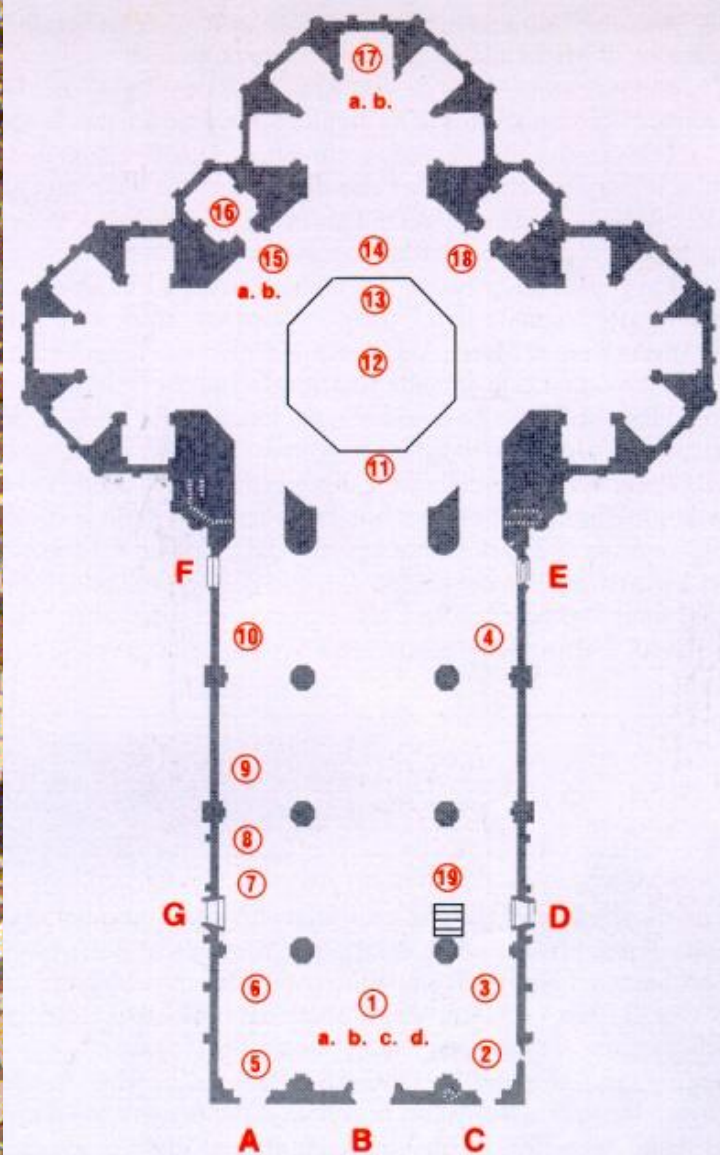


Raffaello: *La Disputa del sacramento* (Vatikán, Sala della Segnatura, 1509)

## 15/16. sz. fordulóján: vita arról, hogy az oltárnak hol kell lennie a templomban.

- Hagyományos (és mai) elképzelés: a bejárattól a legmesszebb, hogy aminél nagyobb teret kelljen átszelni a megközelítéséhez
- „Centralista” elképzelés: a templom geometriai középpontjában, hogy szimbolizálja a mindenre egyaránt kiterjedő hatalmat

⇒ A legtöbb központi oltáros templom 1490 és 1530 között születik

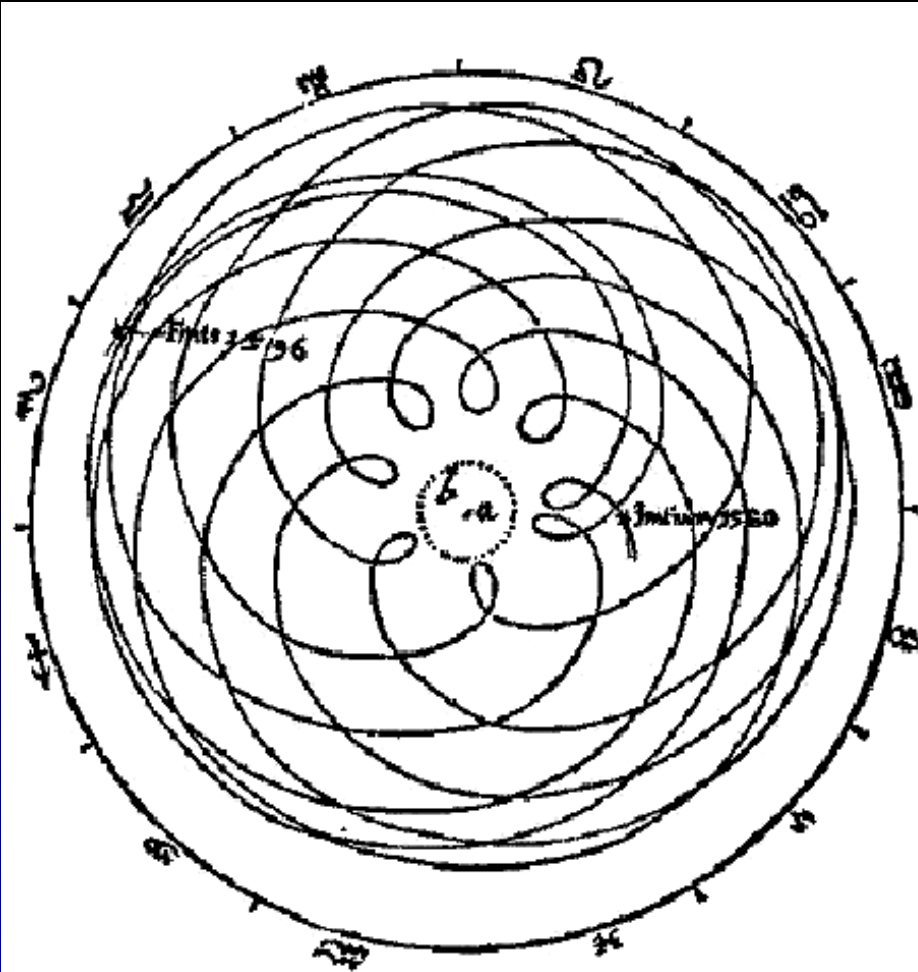


Az első központi oltáras templom: Santa Maria degli Angeli, Firenze  
Építette: Filippo Brunelleschi (1377-1446)

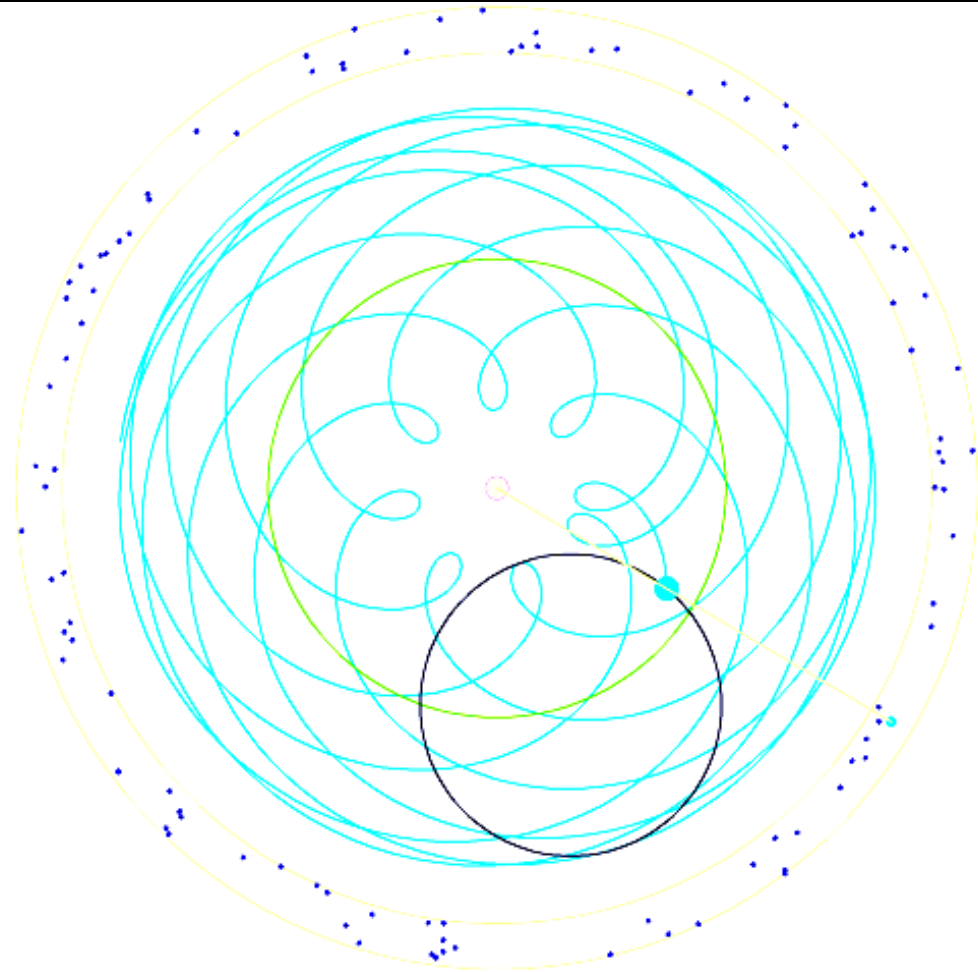


**Johannes Kepler**  
(1571-1630)

# A Mars pályája a ptolemaioszi rendszer szerint



Johannes Kepler, 1609



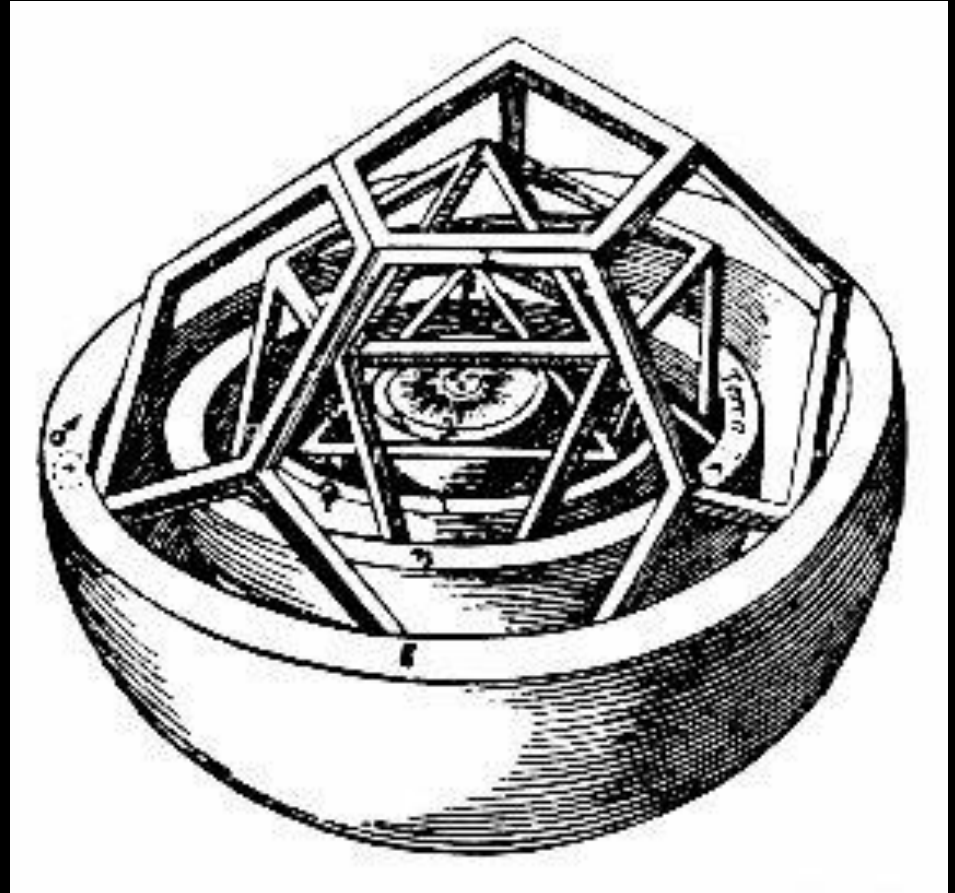
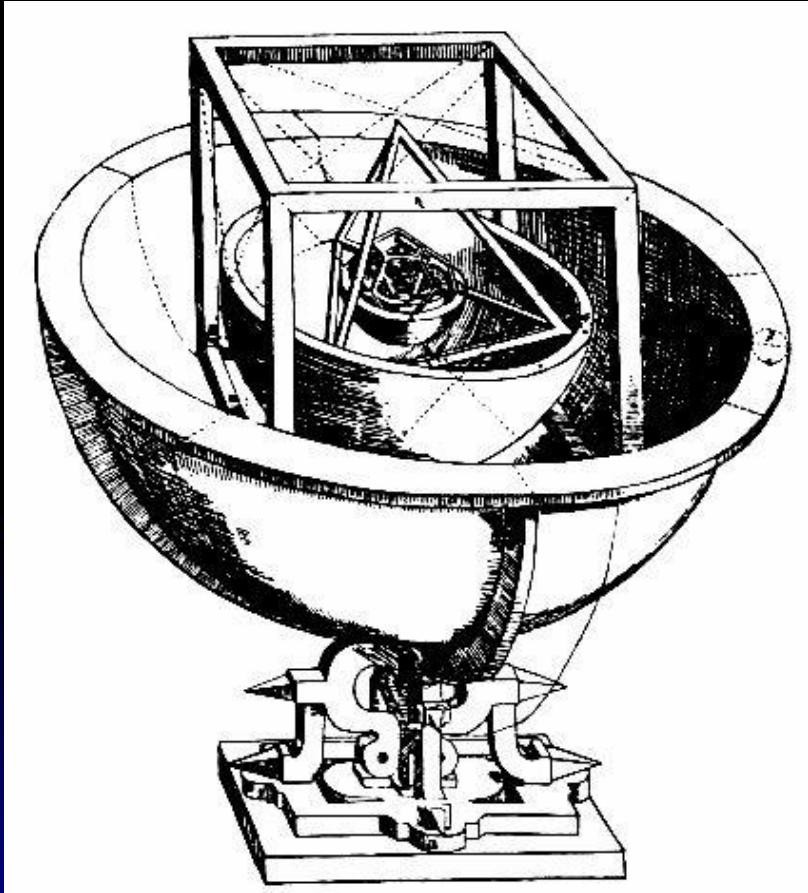
számítógép, 2008



# A „világ harmóniája”

- A világ matematikai harmóniája ad választ a legfontosabb kérdésekre:
  - Miért pont 6 bolygó van? (A távcső felfedezése előtt ennyi.)
  - Ezek miért olyan távolságra keringenek a Nap körül egymáshoz képest, mint ahogy keringenek? (→ kopernikánus)
  - Miért lassabbak a távolabbi bolygók a közelebbiekénél?
- Minden addigi idők legpontosabb és legátfogóbb megfigyelési adataiban keresi a matematikai harmóniát:
  - négyzetes, köbös, stb. sorozatok
  - egyéb numerikus összefüggések (pl. trigonometrikus)
  - geometriai alakzatok: a Jupiter és a Szaturnusz szférája közé szabályos háromszög illeszthető → próba: Mars-Jupiter közé négyzet, Föld-Mars közé ötszög, stb.

# Kepler geometriai kozmosza



Ez egyben választ ad az első két kérdésre!

# Az öt platóni test

- **Tetraéder**  
(4 háromszög)
- **Kocka**  
(6 négyzet)
- **Oktaéder**  
(8 háromszög)
- **Dodekaéder**  
(12 ötszög)
- **Ikozaéder**  
(20 háromszög)

Platón *Timaiosza* ezekből építi fel az anyagot:

tetraéder = tűz

kocka = föld

ikozaéder = víz

oktaéder = levegő

(dodekaéder = „kozmosz”)

Eukleidész *Elemek* 13. könyve:

megszerkeszti ezeket +

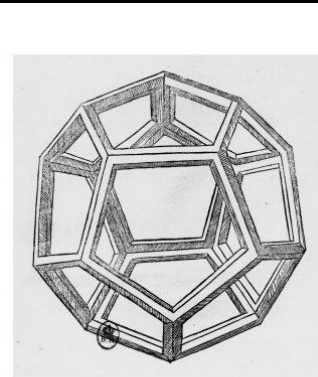
csak ez az öt szabályos test van

A korban nagy divat ezeket vizsgálni

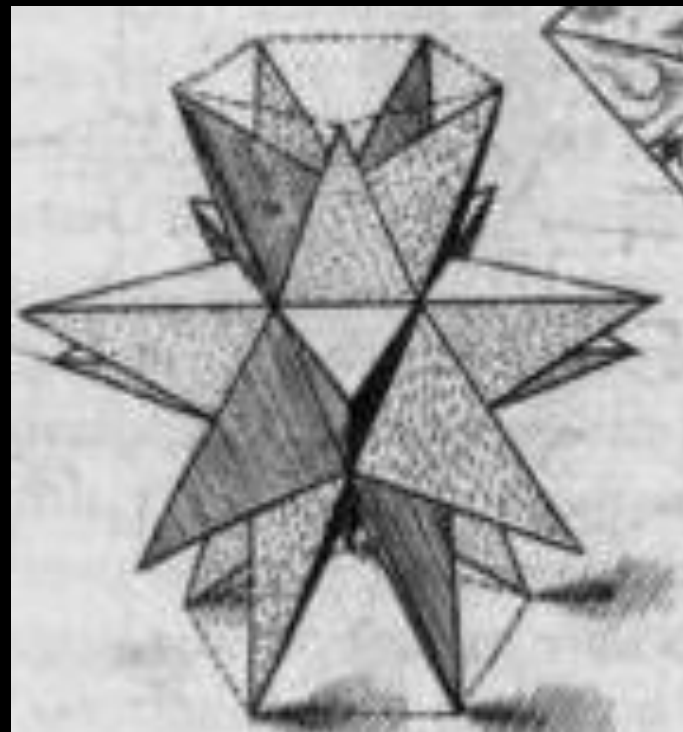
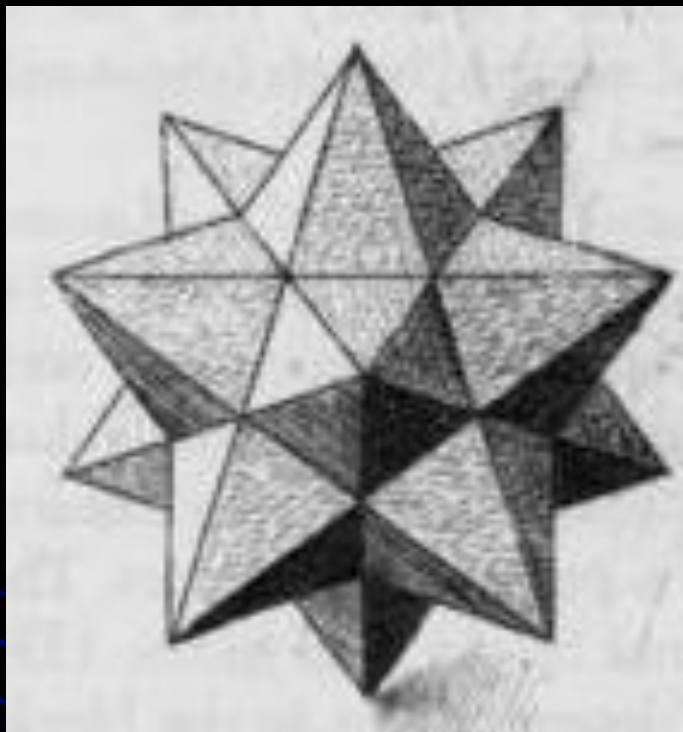
Pl. Luca Pacioli:

*De divina proportione*

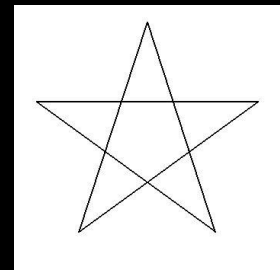
→ Leonardo ábrái



# Kepler és az új szabályos testek



Ha a csillagsokszöget szabályos sokszögnek tekintjük, akkor Eukleidész téved, mert léteznek még egybevágó szabályos sokszögek által határolt szabályos testek.



# A bolygómozgás törvényei

1. A bolygók nem kör-, hanem ellipszis-pályán keringenek a Nap körül, amely az egyik fókuszpontban áll.
2. A bolygót és napot összekötő szakasz egyenlő idők alatt egyenlő területeket sűrol  
⇒ a naphoz közelebb gyorsabban halad, mint távolabb  
(⇒ mind az egyenletes mozgás, mind a körmozgás elve megdől)
3. Az egyes bolygók keringési periódusainak négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint Naptól mért (maximális) távolságaik köbei  
(⇒ válasz a harmadik kérdésre)
  - + számos egyéb „harmónia”

Miért van ez így? Mert így rendezte el a Teremtő: matematikai minta alapján dolgozott

# A szférák zenéje

- Püthagoreusok: a matematikai arányok zenei hangközöket fejeznek ki, tehát a kozmosz matematikai szimmetriája egy tökéletes zenei összhangzatnak felel meg
- Kepler: még jó, hogy ellipszis-pályák vannak, mert így az egyes bolygók pályájához számarány rendelhető (legnagyobb-  
legkisebb távolság), és így kijön az összhangzat

HARMONICIS LIB. V. 207

omnia (infinita in potentiâ ) permeantes actu : id quod aliter à me non potuit exprimi , quam per continuam seriem Notarum intermedia-

Saturnus Jupiter Mars ferè Terra

Venus Mercurius Hic locum habet etiam